[This question paper contains 20 printed pages.]

Sr. No. of Question Paper : 411 **C** **Roll No.....**

Unique Paper Code : 227102

Name of the Paper : Statistical Methods in Economics – I

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt **all** sections.
3. Candidates are allowed to use simple calculators.
4. Answers may be written either in English or in Hindi; same medium must be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी खण्ड अनिवार्य हैं।
3. साधारण केलकुलेटर अनुमोदित है।
4. इस प्रश्नपत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION I (खंड – I)

Attempt any **one** *question.*
किन्हीं एक प्रश्न का उत्तर दें।

1. (a) The average monthly salary of a group of workers in a factory is Rs. 10,000 with a standard deviation of Rs. 125. How will the average monthly salary and standard deviation change if the company gives a raise of :

(i) Rs. 1000 to all workers.

(ii) 10% of salary to all workers.

(b) The following data shows the number of heads obtained in 100 tosses of 5 coins

No. of heads	0	1	2	3	4	5
Frequency	3	15	30	32	16	4

(i) Construct a histogram.

(ii) In what proportion of tosses at least three heads are obtained ?

(c) If $\bar{X}_n$ and S^2_n denote the sample mean and the variance for the sample $X_1, X_2 \ldots\ldots X_n$ and $\bar{X}_{n+1}$ and S^2_{n+1} denote these when an additional observation X_{n+1} is added. Prove that

$$nS^2_{n+1} = (n-1)\,S^2_n + n/n+1\ (X_{n+1} - \bar{X}_n)^2 \qquad (4+3+3)$$

(क) एक कारखाने के एक मजदूरों के समूह की औसत आय रुपये 10,000 तथा मानक विचलन रुपये 125 है। औसत मासिक आय तथा मानक विचलन में क्या परिवर्तन होगा। यदि प्रबंधक सभी मजदूरों की आय मे

(i) रुपये 1000

(ii) 10 प्रतिशत

वृद्धि करता है।

(ख) 5 सिक्कों को 100 बार उछालने पर बारंबित चित्त आने के परिणाम नीचे दिये गये हैं :

चित की संख्या	0	1	2	3	4	5
बारम्बरता	3	15	30	32	16	4

(i) आयत-चित्र का निरूपण कीजिए।

(ii) कम से कम तीन बार चित आने की प्रायिकता की गणना कीजिए।

(ग) यदि $\bar{X}_n$ तथा S^2_n किसी प्रतिदर्श $X_1, X_2 \text{ --- } X_n$ के क्रमशः माध्य एवं प्रसरण है तथा X_{n+1} अतिरिक्त पद जोड़ने पर यह क्रमशः $\bar{X}_{n+1}$ तथा S^2_{n+1} हो जाते है तो सिद्ध कीजिए

$$nS^2_{n+1} = (n-1)\,S^2_n + n/n+1\ (X_{n+1} - \bar{X}_n)^2$$

2. (a) Consider the following sample :

27, 6, 24, 30, 50, 2, 150, 44, 80, 36

Find the arithmetic mean and median

(i) Find the 15% trimmed mean

(ii) Which of these three measures best summarizes these data ? Give reasons.

(iii) By how much can the smallest sample observation be increased so that the sample median remains the same ?

(iv) By how much can the largest sample observation be increased so that the sample median remains the same ?

(b) The cropping intensity on 70 farms in Haryana was found to be as follows –

Cropping intensity (%)	Number of farms
70- <100	5
100- <120	8
120- <140	24
140- <150	13
150- <170	15
170- <200	5

(i) Draw a histogram. Is it bimodal ?

(ii) Comment on its shape.

(iii) What % of farms have a cropping intensity of less than 120% ?

(iv) What proportion of farms have a cropping intensity of 100% or more but less than 170%. (5+5)

(क) एक प्रतिदर्श के अंक नीचे दिए गए हैं :-

27, 6, 24, 30, 50, 2, 150, 44, 80, 36

निकालिए :

(i) सामांतर माध्य एवं मध्यिका

(ii) 15 प्रतिशत पर सुव्यवस्थित माध्य की गणना कीजिए ।

(iii) इन तीनों गणनों में कौनसा माध्य बेहतर है, कारण दीजिए ।

(iv) लघुतम प्रतिदर्श पदों को कितना बढ़ाया जा सकता है ताकि माध्यिका स्थिर रहे ।

(v) उच्चतम प्रतिदर्श पदों में कितनी वृद्धि कर सकते है जिससे माध्यिका स्थिर रहे ।

(ख) हरियाणा के 70 खेतों में फसल (सघनता) निम्नलिखित पाई गई थी

फसल (सघनता) (%)	खेतों की संख्या
70- <100	5
100- <120	8
120- <140	24
140- <150	13
150- <170	15
170- <200	5

(i) आयत चित्र बनाइये । क्या दो बहुलक है ?

(ii) इसकी आकृति पर टिप्पणी कीजिए ।

(iii) 120 प्रतिशत से कम फसल सघनता कितने खेतों मे पायी जाती है ।

(iv) कितने प्रतिशत खेतों में 100 प्रतिशत या अधिक लेकिन 170 प्रतिशत से कम फसल सघनता पाई जाती है ।

SECTION II (खंड – II)

Attempt any **two** *questions.*

किन्हीं **दो** *प्रश्नों के उत्तर दें ।*

3. (a) Mina is hoping to get a summer job with a consulting firm. If her interview goes well she has a 70% chance of getting an offer, otherwise her chances of getting the job drop to 20%. Unfortunately Mina tends to stammer under stress so the likelihood of the interview going well is only 0.10.

(i) What is the probability that Mina gets the job ?

(ii) If she gets the job what is the probability that her interview went well ?

(b) A telemarketer calls people and tries to sell them a subscription to a daily newspaper. On 25% of her calls, there is no answer or the line is busy. She sells a subscription to 10% of the remaining calls. For what proportion of calls does she make a sale ?

(c) If A & B are independent events does it follow that A' (complement of A) & B' (complement of B) are also independent ? (4+3+3)

(क) मीना को आशा है कि वह किसी फर्म में गर्मियों में नौकरी प्राप्त कर लेगी । यदि उसका साक्षात्कार अच्छा होता तो नौकरी प्राप्त करने की प्रायिकता 70 प्रतिशत है अन्यथा उसकी नौकरी मिलने की प्रायिकता 20 प्रतिशत हो जाएगी । दुर्भाग्यवश तनाव में मीना को हकलाने की आदत है तो इसलिए साक्षात्कार अच्छा होने की संभावना 10 प्रतिशत ही है ।

(i) मीना को नौकरी प्राप्त करने की क्या प्रायिकता है ?

(ii) यदि मीना को नौकरी मिल जाती है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि उसका साक्षात्कार अच्छा गया था ।

(ख) एक टेलीमार्केटर लोगों को फोनकॉल करके उन्हें एक दैनिक समाचार पत्र की सदस्यता बेचने की कोशिश करता है । उसकी 25 प्रतिशत कॉल पर या तो उत्तर नहीं मिलता या लाइन व्यस्त होती है। बची हुई कॉल में वह सिर्फ 10 प्रतिशत सदस्यता बेच पाती है ज्ञात कीजिए कि वह कितने प्रतिशत काल में बिक्री कर पाती है ?

(ग) यदि A एवं B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए की A की पूरक घटना (A') एवं B की पूरक घटना (B') भी स्वतंत्र घटनाएं होंगी ।

4. (a) A string of Diwali lights has 5 bulbs wired in a series i.e. the string will work only if all the bulbs work. If each bulb has a 90% chance of working the first time current is applied, what is the probability that the string will not work ? Assume bulb failures are independent events.

(b) A firm rents bikes from 3 agencies D, E and F in the following proportions: 20% from agency D, 20% from agency E, 60% from agency F. If 10% of

the bikes from agency D, 12% from agency E and 4% from agency F have bad tyres, what is the probability that the firm will get a bike with a bad tyre ?

(c) A coin is tossed 4 times and the resulting sequence of heads and tails is recorded. The events A, B, & C are defined as follows :

A : Exactly 2 heads

B : Hand tails alternate

C : First 2 tosses are heads

(i) What elements constitute the sample space of the events A, B and C ?

(ii) Which events, if any, are mutually exclusive ?

(iii) Which events, if any, are subsets of other sets ? (3+2+5)

(क) दीवाली रोशनी की एक शृंखला में 5 बल्ब हैं अर्थात् शृंखला तभी कार्य करेगी जब सभी बल्ब कार्य करेंगे। पहली बार विद्युत प्रवाह करने पर, प्रत्येक बल्ब के 90 प्रतिशत कार्य करने की प्रायिकता है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि शृंखला कार्य नहीं करेंगी ? बल्ब का कार्य न करना स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

(ख) एक फर्म तीन एजेंसियों D, E तथा F से बाइक निम्नलिखित अनुपात में किराये पर लेती है, एजेंसी D से 20 प्रतिशत, एजेंसी E से 20 प्रतिशत तथा एजेंसी F से 60 प्रतिशत। यदि 10 प्रतिशत बाइक D एजेंसी की, 12 प्रतिशत बाइक E एजेंसी की तथा 4 प्रतिशत बाइक F एजेंसी ऐसी हैं जिनके टायर अच्छे नहीं है। इसकी क्या प्रायिकता होगी कि फर्म एक बाइक को किराये पर लेती है तो उसके टायर खराब होंगे।

(ग) एक सिक्का चार बार उछाला गया और उससे प्राप्त होने वाले चित्त (सिर) और पट (पूंछ) अनुक्रम को रिकार्ड किया गया। घटनाएँ A, B तथा C निम्न प्रकार परिभाषित है।

A. सही 2 बार चित्त (सिर)

B. चित्त एवं पट वैकल्पिक रूप में

C. पहले दो बार चित्त आयें

(i) घटना A, B तथा C के नमूना अंतरिक्ष में क्या तत्व होंगे।

(ii) कौन सी घटना, यदि कोई परस्पर अनन्य घटना है।

(iii) कौन सी घटना, यदि कोई, किसी दूसरे समुच्चय का उपसमुच्चय है।

5. (a) A pair of dice is tossed. What is the probability that the sum obtained is 10 given that it exceeds 8 ?

(b) Are the following statements true. Explain your answer.

(i) The probability that Team A will win a cricket match is 0.67, the probability that it will tie the game is 0.04 and the probability that it will win or tie the game is 0.85.

(ii) The probabilities that a bank will get 0, 1, 2 or more than 2 bad cheques on any given day are 0.08, 0.21, 0.29 & 0.40 respectively.

(c) A market survey was conducted in four cities pertaining to the preference for brand X over brand Y. The responses were tabulated as below :

	Delhi	Jaipur	Agra	Jammu
Prefer X	45	55	60	50
Prefe Y	35	45	35	45
Indifferent	5	5	5	5

(i) What is the probability that a consumer selected at random preferred brand X ?

(ii) What is the probability that a consumer preferred brand X and was from Agra ?

(iii) Given that a consumer preferred brand X, what is the probability that he was from Agra or Jammu ?

(iv) What is the probability that a consumer preferred brand X, given that he was from Agra or Jammu ? (3+3+ 4)

(क) पासों की एक जोड़ी को फेंका गया है। 10 का प्रयोग आने की क्या प्रायिकता है यदि यह दिया है कि योग 8 से अधिक है ?

(ख) क्या निम्नलिखित कथन सही है अपने उत्तर को समझाइए

(i) एक क्रिकेट मैच में टीम A के जीतने की प्रायिकता 0.67, मैच टाई होने की प्रायिकता, 0.04 तथा मैच जीतने या टाई होने की प्रायिकता 0.85 है।

(ii) एक बैंक को किसी दिन में 0,1,2 तथा 2 से अधिक खराब चैकों की प्रायिकता क्रमशः 0.08, 0.21, 0.29 तथा 0.40 है।

(ग) ब्रांड X का, Y पर अधिमान संबंधित बाजार सर्वे चार शहरों में संचालित किया गया। प्रतिक्रिया निम्नलिखित तालिका में दी गई है।

	दिल्ली	जयपुर	आगरा	जम्मू
अधिमान X	45	55	60	50
अधिमान Y	35	45	35	45
उदासीन	5	5	5	5

(i) एक यादृच्छिक उपभोक्ता द्वारा ब्रांड X को अधिमान की क्या प्रायिकता है ?

(ii) एक उपभोक्ता द्वारा ब्रांड X को अधिमान देने की प्रायिकता क्या है, यदि वह आगरा से है ?

(iii) यह दिया गया है कि उपभोक्ता ब्रांड X को अधिमान देता है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि वह आगरा या जम्मू से है ?

(iv) ब्रांड X को अधिमान देने की क्या प्रायिकता है अगर दिया गया है कि उपभोक्ता आगरा या जम्मू से था ?

SECTION III (खंड – III)

Question **6** *is compulsory. Do any* **two** *of the* **three** *questions* **7-9.**

प्रश्न **6** *अनिवार्य है, प्रश्न* **7 – 9** *में से किन्हीं* **दो** *के उत्तर दीजिए।*

6. If the pdf of a continuous random variable X is

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(i) Find its cumulative distribution function, F(X)

(ii) Find the variance of X

यदि X निरंतर यादृच्छिक चर का pdf निम्नलिखित है -

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

(i) इसका संचयी वितरण cdf फलन निकालिए, $F(x)$ ।

(ii) X का प्रसरण निकालिए ।

7. (a) We want to draw without replacement random samples of 2 gaskets from a box containing 10 gaskets, 3 of which are defective. Construct the probability distribution of the number of defective gaskets.

(b) Consider an experiment with two possible outcomes. The ratio of probability of 3 successes in 5 independent trials to the probability of 2 successes in 5 independent trials is 0.25. What is the probability of 4 successes in 6 independent trials ?

(c) Two Companies A & B drill wells in a rural area. Company A charges a flat fee of Rs. 3500 to drill a well regardless of its depth. Company B charges Rs. 1000 plus Rs. 12 per ft to drill a well. The depths of wells drilled in this area have a normal distribution with a mean of 250ft. and a standard deviation of 40ft.

(i) What is the probability that company B would charge more than company A to drill a well ?

(ii) Find the mean amount charged by company B to drill a well.

(3+3+4)

(क) एक बॉक्स है जिसमें 10 गैसकैट है जिनमें से 3 दोषपूर्ण है इसमें से हम 2 गैसेकैट का यादृच्छिक नमूना बिना गैसकैट वापस डाले निकालते हैं । गैसकैट के दोशपूर्ण संख्या का प्रायिकता वितरण बनाईये ।

(ख) एक प्रयोग के दो संभव परिणाम है । पांच स्वतंत्र परीक्षणों में तीन सफलता की प्रायिकता तथा 5 स्वतंत्र परीक्षणों में दो सफलता की प्रायिकता का अनुपात 0.25 है तो 6 स्वतंत्र परीक्षणों में 4 बार सफलता की क्या प्रायिकता होगी ? ज्ञात कीजिए ।

(ग) दो कंपनी A तथा B ग्रामीण क्षेत्र में कुओं की खुदाई करती है । कुएँ की गहराई से बेपरवाह होते हुए कंपनी A एक कुएं की खुदाई में रुपये 3500 का पारिश्रमिक लेती है । कंपनी B रुपये 1000 तथा रुपये 12 प्रति फुट की दर से कुएं की खुदाई का पारिश्रमिक लेती है । कुएं की खुदाई की गहराई इस क्षेत्र में प्रसामान्यत: बंटन की तरह है जिसका माध्य 250 फुट तथा मानक विचलन 40 फुट है ।

(i) क्या प्रायिकता है कि कुएं की खुदाई में, कंपनी B, कंपनी A से ज्यादा पारिश्रमिक लेगी ?

(ii) कंपनी B कुएं की खुदाई के लिए कितनी माध्य राशि लेगी ?

8. (a) Deepak bought a new set of 4 tyres for his car. The life of each tyre is normally distributed with a mean of 45,000 miles & a standard deviation of 2000 miles. Find the probability that all 4 tyres will last at least 46,000 miles. Assume the life of each of these tyres is independent of the lives of other tyres.

(b) A charitable organization raises funds by selling 2,000 raffle tickets for a 1st prize worth Rs. 500 and a 2nd prize worth Rs. 100/-. What is the mathematical expectation of a person who buys a ticket.

(c) Students arrival at the café of a college fits a Poisson distribution with an average of 5 students every 20 minutes.

(i) If the probability that more than 4 will arrive during any 20 minute period is greater than 50, more waiters must be employed in the café. Should the café owner employ more waiters ?

(ii) What is the probability that more than 7 students arrive during any 40 minute time interval ?

(d) Let X be a hypergeometric random variable, derive an expression for its expectation. (3+3+2+2)

(क) दीपक अपनी कार के लिए 4 टायर का नया सैट खरीदता है । प्रत्येक टायर का जीवन प्रसामान्यत: रूप से वितरित है जिसका माध्य 45,000 मील तथा मानक विचलन 2000 मील है प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सभी 4 टायर कम से कम 46000 मील तक कार्य करेंगे । यह मानते हुए कि इनमें से प्रत्येक टायर का जीवन दूसरे टायरों के जीवन से स्वतंत्र है ।

(ख) अपने कोश के वृद्धि करने के लिए एक धर्मार्थ संगठन ने 2000 भाग्यक्रीड़ा टिकट बेचे । इसका प्रथम एवं द्वितीय इनाम क्रमश: रुपये 500 एवं 100 है । एक व्यक्ति अगर एक टिकट खरीदता है तो उसकी क्या गणितीय प्रत्याशा है ।

(ग) एक कॉलेज के कैफे में छात्रों के आने से पॉयजन वितरण बनता है जिसमें औसत 5 विद्यार्थी 20 मिनट में आते हैं ।

(i) यदि किसी 20 मिनट में 4 से अधिक विद्यार्थी आने की प्रायिकता 50 प्रतिशत से अधिक है। तो कैफे में अधिक वेटर लगने चाहिए। क्या कैफे का मालिक अधिक वैटरों को नौकरी पर रखेगा ?

(ii) इस बात की क्या प्रायिकता है कि 7 से अधिक विद्यार्थी किसी 40 मिनट के अंतराल में आयेंगे ?

(घ) माना X हाइपर ज्योमैट्रिक यादृच्छिक चर है तो इसकी प्रत्याशा की अभिव्यक्ति निकालिए।

9. (a) A door to door salesperson is required to document 5 in-home visits each day. Suppose he has a 30% chance of being invited into any given home, with each house representing an independent trial. What is the probability that he requires fewer than 8 houses to achieve his fifth success ?

(b) The time required to get a game of tennis at the local club ranges from 23.5 to 40.5 minutes. Assuming a uniform distribution, if the probability that you have to wait more than 30 minutes exceeds 60%, you plan to play badminton instead. Should you put your tennis bag or your badminton kit in the car boot ?

(c) Easy Cab Company schedules its cabs to arrive at the local airport in a Poisson distribution with a mean arrival rate of 12 per hour. What is the probability that you will have to wait no more than 5 minutes at the airport to get a cab ?

(d) Under what conditions is the negative binomial distribution applicable. How is it different from a binomial distribution. (3+2+3+2)

(क) एक दरवाजे से दरवाजे जाने वाले विक्रेता को प्रत्येक ट्रिन घर में भेंट करके 5 दस्तावेज अपेक्षित है, उसे किसी घर में बुलाने की 30 प्रतिशत प्रायिकता है जिसमें प्रत्येक घर एक स्वतंत्र परीक्षण है इसकी क्या प्रायिकता होगी कि वह 8 से कम घरों में अपनी पांचवीं सफलता प्राप्त कर लेगा ?

(ख) एक स्थानीय क्लब में टेनिस खेलने के लिए 23.5 से 40.5 मिनट की प्रतीक्षा अपेक्षित है। समान बंटन मानते हुए यदि आपके 30 मिनट से अधिक इंतजार करने की प्रायिकता 60 प्रतिशत से अधिक है तो आप बैडमिनटन खेलने की योजना बनाते है। आप अपनी कार की डिग्गी में क्या रखेंगे टैनिस बैग या बैडमिंडन किट ?

(ग) इजी टैक्सी कंपनी की टैक्सी का स्थानीय हवाई अड्डा पहुंचने की अनुसूची प्वाइजन बंटन की तरह है जिसकी आने की दर का माध्य 12 प्रति घंटा है। इसकी क्या प्रायिकता है कि आपको हवाई अड्डे पर 5 मिनट से ज्यादा इंतजार नहीं करना पड़ेगा ?

(घ) ऋणात्मक द्विपद बंटन किन शर्तों में लागू होगा। किस प्रकार यह बंटन द्विपद बंटन से अलग है ?

SECTION IV (खंड - IV)

Attempt any **two** *questions.*

किन्हीं **दो** *के उत्तर दीजिए।*

10. (a) The outside diameter of a cylindrical tube is a random variable with a mean of 9 cms and a standard deviation of 0.06cms and the thickness of the metal used is also a random variable with a mean of 0.8 cm and standard deviation 0.02 cm. If the two random variables are independent find the mean and standard deviation of the inside diameter of the tube.

(b) The amount of time that a customer spends waiting at an airport check in counter is a normally distributed random variable with a mean of 8.2 min and a standard deviation of 1.5 min. Suppose a random sample of 49 customers is observed, find the probability that average time waiting in line for these customers is :

(i) Less than 7.8 minutes

(ii) Between 8 and 8.5 minutes

(iii) Would the answers to (i) and (ii) change if it was not given that waiting time is normally distributed ? Explain. (4+6)

(क) ट्यूब के बेलन के बहारी व्यास एक यादृच्छिक चर है जिसका माध्य 9 सेमी. तथा मानक विचलन 0.06 सेमी. है तथा मेटल की मोटाई भी यादृच्छिक चर है जिसका माध्य 0.8 सेमी. तथा मानक विचलन 0.02 सेमी. है। यदि दोनों यादृच्छिक चर स्वतंत्र है तो ट्यूब के भीतर के व्यास का माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

(ख) एक उपभोक्ता द्वारा हवाई अड्डे के काउंटर पर जांच में लगा समय प्रसामान्य बंटन है जिसका माध्य 8.2 मिनट तथा मानक विचलन 1.5 मिनट है। माना 49 उपभोक्ताओं के एक यादृच्छिक नमूना का अवलोकन किया गया है। इन उपभोक्ताओं द्वारा लाइन में इंतजार करने के निम्नलिखित

औसत समय की प्रायिकता निकालिए।

(i) 7.8 मिनट से कम

(ii) 8 एवं 8.5 मिनट के बीच

(iii) यदि इंतजार का समय प्रसामान्यत: बंटन है, नहीं दिया जाए तो क्या उत्तर (i) एवं (ii) परिवर्तित हो जाएंगे। व्याख्या कीजिए।

11. The joint probability distribution of X and Y is given in the accompanying table

		Y		
		0	1	2
X	0	1/4	1/8	0
	1	1/8	1/4	0
	2	0	0	1/4

(i) Find the marginal distribution of X

(ii) Find the conditional distribution of X, given Y=1

(iii) Find the variance of Y

(iv) Are X and Y independent ? Why ?

(v) Find covariance of X and Y. (10)

X तथा Y का संयुक्त प्रायिकता बंटन निम्न तालिका में दिया गया है

		Y		
		0	1	2
X	0	1/4	1/8	0
	1	1/8	1/4	0
	2	0	0	1/4

(i) X का सीमांत बंटन ज्ञात कीजिए।

(ii) X का सशर्त बंटन ज्ञात कीजिए जबकि Y = 1

(iii) Y का प्रसरण निकालिऐ ।

(iv) क्या X एवं Y स्वतंत्र है ? क्यों ?

(v) X तथा Y का सहप्रसरण ज्ञात कीजिए ।

12. If the joint probability density of X and Y is given by

$$f(x,y) = \begin{cases} c(2x+y) & 0<x<1, 0<y<3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(i) Find the value of the constant c.

(ii) Derive the conditional density of X, given Y = 1.

(iii) Find the variance of Y.

(iv) Are X and Y independent ? Why ? (10)

यदि X एवं Y का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्न प्रकार दिया हैं -

$$f(x,y) = \begin{cases} c(2x+y) & 0<x<1, 0<y<3 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(i) स्थिर 'C' का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) X की सशर्त घनत्व प्राप्त कीजिए जब कि Y = 1

(iii) Y का प्रसरण ज्ञात कीजिए ।

(iv) क्या X एवं Y स्वतंत्र है ? क्यों ?

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^{x} b(y; n, p)$$

a. $n = 5$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
x	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
x	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.402	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
x	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities *(cont.)*

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^{x} b(y; n, p)$$

d. $n = 20$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
x	10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities *(cont.)*

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^{x} b(y; n, p)$$

e. $n = 25$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
x	12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
	20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
	21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
	22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
	23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
	24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \lambda) = \sum_{y=0}^{x} \frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{y!}$$

		λ									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
	0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
	1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
	2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
x	3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
	4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
	5							1.000	1.000	1.000	.999
	6										1.000

(continued)

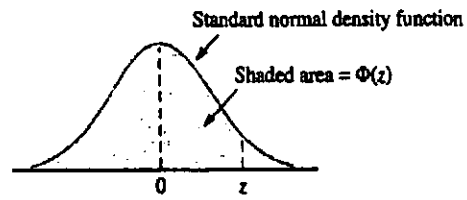
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities *(cont.)*

$$F(x;\lambda)=\sum_{y=0}^{x}\frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!}$$

	λ										
x	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

Table A.3 Standard Normal Curve Areas

$\Phi(z) = P(Z \le z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0038
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas *(cont.)* $\Phi(z) = P(Z \le z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998