

1. State whether the following statements are true *or* false. Give reasons for your answer :
- (a) In the regression model $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$, suppose we obtain a 95% confidence interval for B_2 as (0.1934, 1.8499). We can say that the probability is 95% that this interval includes the true B_2 .
- (b) The regression model $y_i = B_1 + B_2x_i + u_i$, where, $y_i = Y_i - \bar{Y}$, $x_i = X_i - \bar{X}$, must necessarily pass through the origin.
- (c) In the regression model $Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$, if all values of X_3 are identical, then the variance of the ordinary least squares estimators of the slope coefficients is not defined.
- (d) In log-linear regression models, the magnitude of the estimated slope coefficients is invariant to the units in which the explanatory variables are measured, unlike linear models.
- (e) If a qualitative variable has three categories and we introduce three dummies in the regression model, the unknown parameters can still be estimated.

[5×3=15]

बताइये कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य । अपने उत्तर हेतु कारण भी दीजिये :

(अ) मान लीजिये कि समाश्रयण मॉडल $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$ में हम B_2 हेतु निम्न 95% विश्वास्यता अन्तराल प्राप्त करते हैं : (0.1934, 1.8499) । हम कह सकते हैं कि इस बात की प्रायिकता 95% है कि इस अन्तराल में वास्तविक B_2 शामिल है ।

(ब) समाश्रयण मॉडल $y_i = B_1 + B_2x_i + u_i$ जहाँ $y_i = Y_i - \bar{Y}$, $x_i = X_i - \bar{X}$, निश्चित रूप से मूल बिन्दु से गुजरता है ।

(स) समाश्रयण मॉडल $Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$ में यदि X_3 के सभी मान बराबर हैं तो ढाल गुणांकों के साधारण न्यूनतम वर्ग आकलनों के प्रसरण परिभाषित नहीं होते हैं ।

(द) लघुगणकीय रैखिक समाश्रयण मॉडलों में आकलित ढाल गुणांकों के परिमाण उन इकाइयों के प्रति अपरिवर्तित रहते हैं जिनमें व्याख्याकारी चरों को मापा जाता है, यद्यपि रैखिक मॉडलों में ऐसा नहीं होता है ।

(य) यदि किसी गुणात्मक चर की तीन श्रेणियाँ हैं तथा हम समाश्रयण मॉडल में तीन मूक चर डाल दें, तब भी अज्ञात प्राचलों को आकलित किया जा सकता है ।

2. (a) Suppose that you are considering opening a restaurant at a location where average traffic volume is 1000 cars per day. To help you decide whether to open the restaurant or not, you collect data on daily sales (in thousands of rupees) and average traffic volume (in hundreds of cars per day) for a random sample of 22 restaurants. You set up your model as :

$$\text{Sales}_i = B_1 + B_2 \text{Avtraffic}_i + u_i$$

You know that $\sum X_i Y_i = 17170$, $\sum X_i^2 = 13055$, $\bar{Y} = 32$, $\bar{X} = 22.5$.

- (i) Obtain the ordinary least square estimator of the slope coefficient and interpret it.
- (ii) Estimate the average sales for your potential restaurant location.
- (iii) Will the value of the coefficient of determination change if you want to change the unit of measurement of sales from thousands of rupees to rupees, leaving units of traffic volume unchanged ? Explain your answer. [5]
- (b) The following demand equation was estimated using monthly data on mineral water consumption, numbers in parentheses are standard errors :

$$\widehat{\ln Q_t} = 1.534 - 0.750 \ln P_t + 0.251 \ln P_t^*$$

$$se = (0.2011) \quad (0.1012) \quad (0.2001)$$

where :

Q_t = millions of one litre mineral water bottles sold

P_t = price of one litre mineral water bottle

P_t^* = price of one litre soda beverage bottle

- (i) Interpret the slope coefficients.
- (ii) Test, at 5% level of significance, whether the demand for mineral water is perfectly inelastic or not. [5]
- (c) Why is heteroscedasticity usually found in cross-sectional data ? Briefly explain the method of weighted least squares used in the presence of heteroscedasticity. [5]

(अ) मान लीजिये कि आप एक ऐसे स्थान पर रेस्टोरेण्ट खोलने का विचार कर रहे हैं जहाँ यातायात की औसत मात्रा प्रतिदिन 1000 कारें हैं । रेस्टोरेण्ट खोला जाए या नहीं इस निर्णय में अपनी सहायता हेतु आप 22 रेस्टोरेण्ट के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श हेतु दैनिक बिक्री (हज़ार रुपये में) व यातायात की औसत मात्रा (सौ कारें प्रतिदिन) पर आँकड़े एकत्र करते हैं । आप निम्नलिखित मॉडल का निर्माण करते हैं :

$$\text{Sales}_i = B_1 + B_2 \text{Avtraffic}_i + u_i$$

आप जानते हैं कि : $\sum X_i Y_i = 17170$, $\sum X_i^2 = 13055$, $\bar{Y} = 32$, $\bar{X} = 22.5$.

- (i) ढाल गुणांक के साधारण न्यूनतम वर्ग आकलक प्राप्त कीजिये व इसकी व्याख्या कीजिये ।

- (ii) आपके रेस्टोरेण्ट के संभावित स्थान हेतु औसत बिक्री का आकलन कीजिये ।
- (iii) यदि आप यातायात की मात्रा की इकाइयों को अपरिवर्तित रखते हुए बिक्री की इकाइयों को हजार रुपये बदल कर रुपये कर दें, तो क्या निर्धारण गुणांक का मान परिवर्तित हो जाएगा ? अपने उत्तर को समझाइये ।

(ब) मिनरल वॉटर के उपभोग पर मासिक आँकड़ों की सहायता से निम्नलिखित माँग समीकरण आकलित किया गया था, जहाँ कोष्ठक में मानक त्रुटियाँ दी गई हैं :

$$\ln \widehat{Q}_t = 1.534 - 0.750 \ln P_t + 0.251 \ln P_t^*$$

$$se = (0.2011) \quad (0.1012) \quad (0.2001)$$

जहाँ :

Q_t = बेची गई मिनरल वॉटर की एक लिटर की बोतलों की संख्या (दस लाख में)

P_t = मिनरल वॉटर की एक लिटर की बोतल की कीमत

P_t^* = सोडा पेय की एक लिटर की बोतल की कीमत

- (i) ढाल गुणांकों की व्याख्या कीजिये ।
- (ii) 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिये कि क्या मिनरल वॉटर की माँग पूर्णतः लोचरहित है या नहीं ?

(स) प्रसरण विषमता (heteroscedasticity) सामान्यः अनुप्रस्थीय आँकड़ों (cross-sectional data) में ही क्यों पाई जाती है ? प्रसरण विषमता की उपस्थिति में उपयोग किये जाने वाली भारत न्यूनतम वर्ग विधि को संक्षेप में समझाइये ।

3. (a) Based on 48 years annual data on inflation and unemployment, both measured in percentage, the following model was estimated :

$$\Delta \text{inf} = B_1 + B_2 \Delta \text{unemp} + u$$

where Δinf and Δunemp are, respectively, inflation and unemployment measured in first differences.

The following table gives partial results of the regression :

	Coefficient	Standard Error
Constant	-0.0781	0.348
Δunemp	-0.8429	0.314
$R^2 = 0.832$		

- (i) Interpret the slope coefficient.
- (ii) Test, at 5% level of significance, the claim that there is a one to one tradeoff between inflation and unemployment. Set up the null hypothesis carefully.. [5]

- (b) The purpose of this empirical exercise was to check if the savings-income relation in the United States underwent a structural change during the period 1970-1995 after the 1982 recession. The following model was estimated :

$$\text{Savings}_i = B_1 + B_2 \text{Income}_i + u_i$$

The model was estimated for three time periods and residual sum of squares was obtained for each time period. The results are summarized in the following table :

	Time Period	Residual Sum of Squares, RSS
Model 1	1970-1981	1785.03
Model 2	1982-1995	10,005.22
Model 3	1970-1995	23248.30

Using this information, perform the Chow test of structural stability at 1% level of significance.

- (c) The following are the regression results for Cobb-Douglas production function estimated for Taiwan for the period 1958-1972 :

$$\widehat{\ln Q_t} = -7.8439 + 0.7148 \ln L_t + 1.1135 \ln K_t$$

$$t = (-0.2011) \quad (4.6642) \quad (3.7214)$$

where :

Q_t = real gross product, in billions of rupees

L_t = labour input

K_t = capital input

The slope coefficient in the regression of $\ln K_t$ on $\ln L_t$ is 0.4875.

Suppose the researcher estimates the following misspecified equation in which capital input is omitted :

$$\ln Q_t = A_1 + A_2 \ln L_t + u_t$$

- (i) Find the numerical value of $E(a_2)$ using the information given in the question, where a_2 is the OLS estimator of A_2 . Is it biased upward or downward ?
- (ii) What will be the other consequences of estimating this misspecified equation ? [5]

(अ) स्फीति व बेरोजगारी (दोनों प्रतिशत में) पर 48 वर्ष के वार्षिक आँकड़ों के आधार पर

निम्नलिखित मॉडल आकलित किया गया था :

$$\Delta inf = B_1 + B_2 \Delta unemp + u$$

जहाँ Δinf व $\Delta unemp$ क्रमशः प्रथम अन्तर में मापे गए स्फीति व बेरोजगारी हैं ।

निम्नलिखित सारणी में समाश्रयण के आंशिक परिणाम दिये गये हैं :

	गुणांक	मानक त्रुटि
स्थिरांक	-0.0781	0.348
$\Delta unemp$	-0.8429	0.314
$R^2 = 0.832$		

(i) ढाल गुणांक की व्याख्या कीजिये ।

(ii) 5% सार्थकता स्तर पर इस दावे का परीक्षण कीजिये कि स्फीति व बेरोजगारी के

बीच एक-से-एक (one to one) समझौताकारी तालमेल (tradeoff) है । निराकरणिय

प्राक्कल्पना को सावधानी से बनाइये ।

(ब) एक अनुभवमूलक प्रयोग इस बात की जाँच करने के लिए किया गया कि क्या 1982 की मंदी के बाद 1970-1995 के दौरान अमेरिकी अर्थव्यवस्था में बचत आय सम्बन्ध में कोई संरचनात्मक परिवर्तन हुआ है । निम्नलिखित मॉडल आकलित किया गया .:

$$\text{Savings}_i = B_1 + B_2 \text{Income}_i + u_i$$

इस मॉडल को तीन कालावधियों हेतु आकलित किया गया तथा हर कालावधि हेतु अवशिष्ट वर्गयोग प्राप्त किया गया । परिणाम निम्न सारणी में दिए गए हैं :

	कालावधि	अवशिष्टवर्ग योग, RSS
मॉडल 1	1970-1981	1785.03
मॉडल 2	1982-1995	10,005.22
मॉडल 3	1970-1995	23248.30

इस सूचना की सहायता से 1% सार्थकता स्तर पर संरचनात्मक स्थायित्व हेतु चारु परीक्षण कीजिये ।

(स) ताइवान हेतु 1958-1972 की अवधि हेतु आकलित कॉब-डगलस उत्पादन फलन हेतु समाश्रयण परिणाम निम्न प्रकार हैं :

$$\widehat{\ln Q_t} = -7.8439 + 0.7148 \ln L_t + 1.1135 \ln K_t$$

$$t = (-0.2011) \quad (4.6642) \quad (3.7214)$$

जहाँ

Q_t = वास्तविक सकल उत्पाद, अरब रुपयों में

L_t = श्रम आगत

K_t = पूँजी आगत

$\ln K_t$ के $\ln L_t$ पर समाश्रयण में ढाल गुणांक 0.4875 है ।

मान लीजिये कि शोधकर्ता निम्नलिखित गलत रूप से निर्दिष्ट समीकरण का आकलन करता है जिसमें पूँजी आगत को छोड़ दिया जाता है :

$$\ln Q_t = A_1 + A_2 \ln L_t + u_t$$

(i) प्रश्न में दी गई सूचना की सहायता से $E(a_2)$ का आंकिक मान ज्ञात कीजिये ।

$u_2 A_2$ का OLS आकलक है । यह ऊपर की ओर झुका हुआ है या नीचे की ओर ?

(ii) इस गलत समीकरण को आकलित करने के अन्य परिणाम क्या हैं ?

4. (a) A three variable regression model gave the following results :

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Sum of Squares
Due to Regression	65,965	—	—
Due to Residuals	—	—	—
Total	66,042	14	

(i) Complete the table.

(ii) Test the model for overall goodness of fit at 5% level of significance.

(iii) Calculate the value of \bar{R}^2 for the model. [5]

- (b) (i) In the regression model, $\ln Y_i = B_1 + B_2 D_i + u_i$, where D_i is a dummy regressor, prove that the relative change in Y when the dummy changes from 0 to 1 can be obtained as :

$$(e^{b_2} - 1)$$

where e is the base of natural logarithm and b_2 is the ordinary least squares estimator of the slope coefficient.

- (ii) Suppose you have quarterly data on air-conditioner sales. Explain how you can obtain average sales of air-conditioners for the four quarters separately using the method of dummy variables. [5]

- (c) What are the consequences of multicollinearity? [5]

(अ) तीन चरों वाले एक समाश्रयण मॉडल से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए :

विचार का स्रोत	वर्ग योग	स्वातन्त्र कोटियाँ	वर्ग योग का माध्य
समाश्रयण के कारण	65,965	—	—
अवशिष्टों के कारण	—	—	—
कुल	66,042	14	

- (i) सारणी को पूर्ण कीजिये ।
- (ii) 5% सार्थकता स्तर पर इस मॉडल की समग्र उपयुक्तता का परीक्षण कीजिये ।
- (iii) इस मॉडल हेतु \bar{R}^2 के मान की गणना कीजिये ।
- (ब) (i) सिद्ध कीजिये कि मॉडल $\ln Y_i = B_1 + B_2 D_i + u_i$ में जहाँ, D_i एक मूल चर हैं, D_i के मान में 0 से 1 का परिवर्तन होने पर Y के मान में होने वाला सापेक्ष परिवर्तन $(e^{b_2} - 1)$ होता है, जहाँ e प्राकृतिक लघुगणक का आधार है तथा b_2 ढाल गुणांक का साधारण न्यूनतम वर्ग आकलक है ।
- (ii) मान लीजिये कि आपके पास वातानुकूलकों की बिक्री पर त्रैमासिक आँकड़े हैं । समझाइये कि आप मूक चरों की सहायता से चारों तिमाहियों हेतु अलग-अलग वातानुकूलकों की औसत बिक्री किस प्रकार ज्ञात कर सकते हैं ?
- (स) बहुसरेखता के क्या परिणाम होते हैं ?

5. (a) Show that the variance of ordinary least squares estimator of the slope coefficient in the regression model $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$ is given by :

$$\text{Var}(b_2) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

where σ_u^2 is the variance of the population error term. [5]

- (b) The Reserve Bank of India continuously monitors the rate of growth of money supply in the Indian economy. In this context, explain the use of semi-log growth models in estimating instantaneous and compound rate of growth of money supply. What purpose would a linear trend model serve in this context ? [5]

- (c) Consider the following regression results on a model of demand for competitive imports based on U.K. quarterly data covering 1980(Q1) to 1996(Q4).

$$\ln \widehat{M}_t = -5.5443 + 0.8105 \ln \text{GDP}_t - 0.01131 \ln P_t + 0.6178 \ln M_{t-1}$$

$$R^2 = 0.9897$$

$$\text{Durbin Watson, } d = 1.8125$$

where :

M_t = aggregate imports in units of domestic currency at constant prices

GDP_t = gross domestic product at constant prices

P_t = an index of relative price of imports expressed in domestic currency

Apply the Durbin's h -test to detect the presence of first order autocorrelation. Based on your results, comment on the regression results reported above. [5]

(अ) दर्शाइये कि समाश्रयण मॉडल $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$ में ढाल गुणांक के साधारण न्यूनतम वर्ग आकलक का प्रसरण निम्न प्रकार होता है :

$$Var(b_2) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

जहाँ σ_u^2 समष्टि त्रुटि का प्रसरण है ।

(ब) भारतीय रिजर्व बैंक भारतीय अर्थव्यवस्था में मुद्रा की आपूर्ति की वृद्धि पर की लगातार निगरानी करता है । इस संदर्भ में मुद्रा की आपूर्ति की तात्कालिक (instantaneous) व चक्रवृद्धि दर का आकलन करने में अर्द्ध-लघुगणकीय (semi-logarithmic) मॉडलों के उपयोग को समझाइये । इस संदर्भ में रेखिक प्रवृत्ति मॉडल किस काम आता है ?

(स) ब्रिटिश अर्थव्यवस्था के 1980(Q1) से 1996(Q4) तक के तिमाही आँकड़ों पर आधारित प्रतिस्पर्धी आयातों की माँग के एक मॉडल पर प्राप्त निम्नलिखित समाश्रयण परिणामों पर विचार कीजिये :

$$\ln M_t = -5.5443 + 0.8105 \ln GDP_t - 0.01131 \ln P_t + 0.6178 \ln M_{t-1}$$

$$R^2 = 0.9897$$

$$\text{Durbin Watson, } d = 1.8125$$

जहाँ :

M_t = समग्र आयात, घरेलू मुद्रा की इकाइयों में, स्थिर कीमतों पर

GDP_t = सकल घरेलू उत्पाद, स्थिर कीमतों पर

P_t = घरेलू मुद्रा में व्यक्त की गई आयातों की कीमतों का सूचकांक ।

प्रथम क्रम के स्व-सहसम्बन्ध का पता लगाने हेतु डरबिन का h परीक्षण लगाइए । अपने परिणामों के आधार पर उपर्युक्त समाश्रयण परिणामों पर टिप्पणी कीजिये ।

6. (a) Consider the following model of monthly rents paid on rental units in industrial hub cities of an economy :

$$\ln(\text{rent}) = B_0 + B_1 \ln(\text{pop}) + B_2 \ln(\text{avinc}) + B_3(\text{socind}) + u$$

where :

rent = average monthly rent paid in rupees

pop = city population

avinc = average city income in rupees

socind = index of social infrastructure

- (i) How will you test the hypothesis that city population and social infrastructure have no significant joint effects on monthly rents ? Explain the steps involved in the test with reference to the above model.
- (ii) Suppose b_1 is estimated as 0.066. What is wrong with the statement : "A 10% increase in population is associated with a 6.6% increase in monthly rent." [5]
- (b) Consider the set of hypothetical data given in the following table :

Y	X ₂	X ₃
-10	1	1
-8	2	3
-6	3	5
0	4	7
2	5	9
4	6	11

Suppose you want to fit the following model : $Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$

- (i) Explain, without solving, why you cannot estimate the three unknown parameters of the model.
- (ii) Are any linear functions of these parameters estimable ? Show the necessary derivations. [5]
- (c) Based on data on value added in manufacturing, MANU, and gross domestic product for 28 countries in 2010, all measured in millions of U.S. dollars, the following regression results were reported (standard errors in parentheses),

$$\widehat{\text{MANU}}_i = 604 + 0.194 \text{ GDP}_i$$

$$se = (533.93) (0.013)$$

Since the cross-sectional data were based on heterogeneous units, heteroscedasticity was likely to be present. White's test was performed using ordinary least squares residuals, e_i , of the above regression and the following results were obtained :

$$\widehat{e}_i^2 = -62196 + 229.3508 \text{ GDP}_i - 0.000537 \text{ GDP}_i^2$$

$$R^2 = 0.5891$$

- (i) Use the R^2 value reported in the auxiliary regression to test if the model indeed suffers from heteroscedasticity. Perform the test at 5% level of significance.
- (ii) In the light of your answer in part (i) what can you say about the regression results reported above ? [5]

(अ) एक अर्थव्यवस्था के औद्योगिक शहरों में किराये पर उपलब्ध इकाइयों हेतु चुकाए गए मासिक किराये के निम्नलिखित मॉडल पर विचार कीजिये :

$$\ln(\text{rent}) = B_0 + B_1 \ln(\text{pop}) + B_2 \ln(\text{avinc}) + B_3(\text{socind}) + u$$

जहाँ :

rent = चुकाया गया औसत मासिक किराया, रुपयों में

pop = शहर की जनसंख्या

avinc = शहर की औसत आय रुपयों में

socind = सामाजिक आधारभूत संरचना का सूचकांक

- (i) शहर की जनसंख्या व सामाजिक आधारभूत ढाँचे का मासिक किराये पर कोई सार्थक संयुक्त प्रभाव नहीं होता, इस प्राक्कल्पना का परीक्षण आप कैसे करेंगे ? इस परीक्षण में निहित चरणों को उपर्युक्त मॉडल के सन्दर्भ में दर्शाइये ।
- (ii) मान लीजिये कि b_1 को 0.066 आकलित किया गया है । निम्नलिखित कथन में क्या गलत है : “जनसंख्या में 10% से वृद्धि मासिक किराये में 6.6% वृद्धि के साथ सम्बन्ध होती है ।”

(ब) निम्नलिखित सारणी में दिए गए काल्पनिक आँकड़ों पर विचार कीजिये :

Y	X ₂	X ₃
-10	1	1
-8	2	3
-6	3	5
0	-4	7
2	5	9
4	6	11

मान लीजिये कि आप निम्नलिखित मॉडल को फिट करना चाहते हैं :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$$

(i) बिना हल किये समझाइये कि आप इस मॉडल के तीन अज्ञात प्राचलों को आकलित क्यों नहीं कर सकते ?

(ii) क्या इन प्राचलों के कोई रेखीय फलन आकलित किये जा सकते हैं ? आवश्यक व्युत्पत्तियाँ दर्शाइये ।

(स) 28 देशों में 2010 में विनिर्माण में मूल्य वृद्धि MANU तथा सकल घरेलू उत्पाद, जहाँ सभी को दस लाख अमेरिकी डॉलर में मापा गया है, पर आँकड़ों के आधार पर निम्नलिखित समाश्रयण परिणाम रिपोर्ट किये गए : (कोष्ठकों में मानक त्रुटियाँ हैं)

$$\widehat{MANU}_i = 604 + 0.194 GDP_i$$

$$se = (533.93) (0.013)$$

चूँकि अनुप्रस्थीय आँकड़ों में विजातीय इकाइयाँ शामिल थीं; प्रसरण विषमता के उपस्थित होने की संभावना थी । उपर्युक्त समाश्रयण के साधारण न्यूनतम वर्ग अवशिष्टों e_p की सहायता से व्हाइट का परीक्षण किया गया तथा निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए :

$$\widehat{e}_i^2 = -62196 + 229.3508 GDP_i - 0.000537 GDP_i^2$$

$$R^2 = 0.5891$$

(i) उपर्युक्त सहायक समाश्रयण में दिए गए R^2 के मान की सहायता से परीक्षण कीजिये कि क्या यह मॉडल वास्तव में प्रसरण विषमता से ग्रस्त है । परीक्षण 5% सार्थकता स्तर पर कीजिये ।

(ii) भाग (i) में अपने उत्तर के परिप्रेक्ष्य में आप ऊपर दिये गये समाश्रयण परिणामों के बारे में क्या कह सकते हैं ?

7. (a) Explain the method of generalized least squares used in the presence of first order autocorrelation. [5]

(b) The purpose of this empirical exercise was to analyze the impact of takeovers on CEO compensation. The model of interest was :

$$\text{Comp}_i = B_1 + B_2\text{SMP}_i + B_3D_i + B_4(D_i * \text{SMP}_i) + u_i$$

where :

Comp = CEO's compensation in hundreds of rupees

SMP = index of firm's stock market performance

D = Dummy variable defined as 1 if the firm acquires another firm, 0 otherwise.

The model was estimated from data on 34 firms. The results are summarized in the following table :

	Coefficient	Standard Error
Intercept	964.5202	69.1662
SMP	1868.567	288.0425
D	996.8745	111.9876
SMP*D	5157.474	545.9090

- (i) Using the regression results, interpret the coefficients of D_i and $D_i * SMP_i$.
- (ii) Test the hypothesis that compensation's relation with stock market performance remains the same irrespective of take-overs made by the firm. [5]
- (c) Consider the population regression function $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$. The stochastic error term u_i is assumed to follow the normal distribution.
- (i) What is the rationale behind this assumption? What is the role of this assumption in determining the sampling distribution of the ordinary least squares estimators?
- (ii) Explain the steps involved in the Jarque-Bera test for testing the validity of the normality assumption in an empirical exercise. Perform the test for a JB test statistic value equal to 0.8153 at 5% level of significance. [5]

(अ) प्रथम क्रम के स्वसहसम्बन्ध की उपस्थिति में उपयोग किये जाने वाली सामान्यीकृत न्यूनतम वर्ग विधि को समझाइये ।

(ब) अधिग्रहणों के मुख्य कार्यकारी अधिकारियों के वेतनों पर पड़ने वाले प्रभावों का विश्लेषण करने के उद्देश्य से एक अनुभवमूलक प्रयोग किया गया । मॉडल इस प्रकार था :

$$Comp_i = B_1 + B_2SMP_i + B_3D_i + B_4(D_i * SMP_i) + u_i$$

जहाँ :

Comp = मुख्य कार्यकारी अधिकारी का वेतन सौ रुपयों में

SMP = शेयर बाजार में फर्म के निष्पादन का सूचकांक

D = मूक चर जो निम्न प्रकार परिभाषित है : 1 यदि फर्म दूसरी फर्म का अधिग्रहण करती है, अन्यथा 0 ।

34 फर्मों के आँकड़ों से मॉडल को आकलित किया गया । परिणामों का सारांश निम्न सारणी में दिया गया है :

	गुणांक	मानक त्रुटि
अन्तःखण्ड	964.5202	69.1662
SMP	1868.567	288.0425
D	996.8745	111.9876
SMP*D	5157.474	545.9090

- (i) उपर्युक्त समाश्रयण परिणाम की सहायता से D_i व $D_i * SMP_i$ के गुणांकों की व्याख्या कीजिये ।
- (ii) इस परिकल्पना का परीक्षण कीजिये कि वेतन का शेयर बाजार में फर्म के निष्पादन से सम्बन्ध फर्म द्वारा किए गए अधिग्रहणों से अप्रभावित रहता है ।

(स) समष्टि समाश्रयण फलन $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$ पर विचार कीजिये । यह माना गया है कि यादृच्छिक त्रुटिपद u_i का बंटन प्रसामान्य है ।

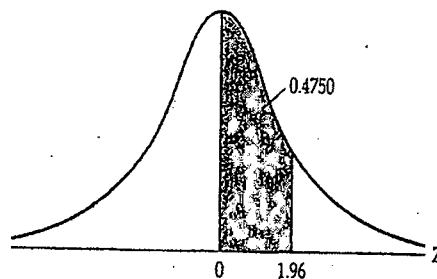
- (i) इस मान्यता का क्या तार्किक आधार है ? साधारण न्यूनतम वर्ग आकलकों के प्रतिदर्शीय बंटन निर्धारित करने में इस मान्यता की क्या भूमिका है ?
- (ii) किसी अनुभवमूलक प्रयोग में इस मान्यता की वैधता का परीक्षण करने हेतु उपयोग किये जाने वाले जार्क-बीरा परीक्षण में निहित चरणों को समझाइये । JB परीक्षण प्रतिदर्शज के मान = 0.8153 हेतु 5% सार्थकता स्तर पर यह परीक्षण कीजिये ।

AREAS UNDER THE STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$\Pr(Z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4454	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

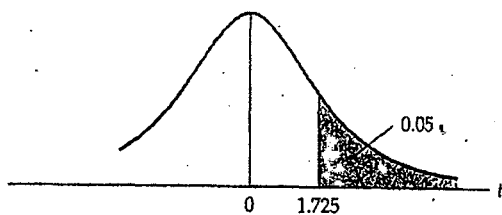
PERCENTAGE POINTS OF THE t DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(t > 2.086) = 0.025$$

$$\Pr(t > 1.725) = 0.05 \quad \text{for d.f.} = 20$$

$$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$$

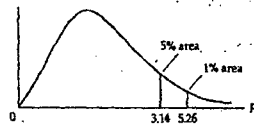


d.f. \ Pr	0.25 0.50	0.10 0.20	0.05 0.10	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.010	0.001 0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION

Example

$\Pr(F > 1.59) = 0.25$
 $\Pr(F > 2.42) = 0.10$ for d.f. $N_1 = 10$
 $\Pr(F > 3.14) = 0.05$ and $N_2 = 9$
 $\Pr(F > 5.26) = 0.01$



d.f. for denominator N_2	d.f. for numerator N_1										d.f. for numerator N_1										d.f. for denominator N_2					
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60		100	120	200	500	∞
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25
	.10	39.90	49.50	53.60	55.80	57.20	58.20	58.90	59.40	59.90	60.20	60.50	60.70	61.20	61.70	62.00	62.30	62.50	62.70	62.80	63.00	63.10	63.20	63.30	63.30	.10
	.05	161.00	200.00	216.00	225.00	230.00	234.00	237.00	239.00	241.00	242.00	243.00	244.00	244.00	246.00	248.00	249.00	250.00	251.00	252.00	252.00	253.00	253.00	254.00	254.00	254.00
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.48	3.48	3.48	3.48	.25
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10
	.05	18.50	19.00	19.20	19.20	19.30	19.30	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50
3	.01	98.50	99.00	99.20	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	.01
	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10
4	.05	10.10	9.85	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05
	.01	34.10	30.80	28.50	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	27.10	26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.40	26.30	26.20	26.20	26.10	26.10	26.10	.01
	.25	1.81	2.00	2.05	2.08	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25
5	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10
	.05	7.71	8.94	6.59	6.39	6.28	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05
	.01	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.20	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.40	14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.70	13.60	13.60	13.50	13.50	13.50	.01
6	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25
	.10	4.06	3.78	3.82	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.63	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05
7	.01	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	9.96	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01
	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10
8	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05
	.01	13.70	10.90	9.78	9.15	8.75	8.47	8.28	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01
	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25
9	.10	3.59	3.28	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.48	2.48	2.48	2.47	.10
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05
	.01	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01
10	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	2.29	2.29	.10
	.05	5.32	4.48	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.43	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05
11	.01	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01
	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10
12	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05
	.01	10.80	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for denominator N_2	d.f. for numerator N_1												d.f. for numerator N_1												d.f. for denominator N_2		
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500		∞	Pr
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10	
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06		.10
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54		.05
11	.01	10.00	7.56	6.55	5.89	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01	11
	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	
	.10	3.23	2.85	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10	
12	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05	12
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.68	3.62	3.60	.01	
	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	
13	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10	13
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05	
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01	
14	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	1.40	.25	14
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10	
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05	
15	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01	15
	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	1.38	.25	
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10	
16	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05	16
	.01	8.85	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01	
	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	.25	
17	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10	17
	.05	4.54	3.68	3.28	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05	
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01	
18	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	18
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10	
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05	
19	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01	19
	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	.25	
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10	
20	.05	4.45	3.59	3.20	2.98	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.11	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05	20
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01	
	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	.25	
20	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10	20
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05	
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01	
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.29	.25	20
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10	
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05	
.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01		

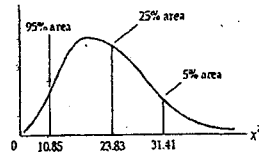
UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for denominator N_2	d.f. for numerator N_1												d.f. for numerator N_1												d.f. for denominator N_2		
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500		∞	Pr
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25	22
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.81	1.78	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10	
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05	
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01	
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	24
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10	
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05	
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01	
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	26
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81	1.78	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10	
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05	
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.98	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01	
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	.25	28
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10	
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05	
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01	
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	.25	30
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10	
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05	
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01	
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	.25	40
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10	
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.60	1.58	1.55	1.53	1.51	.05	
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01	
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	60
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10	
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05	
	.01	7.06	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01	
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	.25	120
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10	
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05	
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01	
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25	1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	.25	200
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57	1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10	
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05	
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01	
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25	∞
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.56	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10	
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05	
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01	

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION

Example

$\Pr(\chi^2 > 10.85) = 0.95$
 $\Pr(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for d.f. = 20
 $\Pr(\chi^2 > 31.41) = 0.05$



Degrees of Freedom \ Pr	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	392704×10^{-10}	157088×10^{-8}	982069×10^{-9}	393214×10^{-8}	.0158	.1015	.4549	1.3233	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	.5754	1.3863	2.7726	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966
3	.0717	.1148	.2158	.3518	.5844	1.2125	2.3660	4.1084	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	.2070	.2971	.4844	.7107	1.0636	1.9226	3.3567	5.3853	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	.4117	.5543	.8312	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515	6.6257	9.2384	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	.6757	.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481	7.8408	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	.9893	1.2390	1.6899	2.1674	2.8331	4.2549	6.3458	9.0372	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441	10.2188	13.3616	15.5073	17.5348	20.0902	21.9550
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428	11.3887	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.6032	3.0535	3.8158	4.5748	5.5778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	8.4384	11.3403	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.5650	4.1069	5.0067	5.8919	7.0415	9.2991	12.3398	15.9839	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	10.1653	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.6009	5.2294	6.2621	7.2609	8.5468	11.0365	14.3389	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.9122	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2872
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.0852	12.7919	16.3381	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.2648	7.0149	8.2308	9.3905	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5284	34.8053	37.1564
19	6.8440	7.6327	8.9066	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.4339	8.2604	9.5908	10.8508	12.4426	15.4516	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.0337	8.8972	10.2829	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.2604	10.1957	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.8862	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5565
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434	25.3364	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9382	22.6572	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776	29.3360	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603	39.3354	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7087	32.3574	34.7642	37.6866	42.9421	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4648	40.4817	43.1879	46.4589	52.2938	59.3347	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.829	112.321	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247	89.3342	98.5499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100*	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332	99.3341	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

DURBIN-WATSON d STATISTIC: SIGNIFICANCE POINTS OF d_L AND d_U AT 0.05 LEVEL OF SIGNIFICANCE

n	k' = 1		k' = 2		k' = 3		k' = 4		k' = 5		k' = 6		k' = 7		k' = 8		k' = 9		k' = 10	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.927	1.324	0.658	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	—	—	—	—	—	—
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	—	—	—	—
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	—	—
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257	0.502	2.461	0.407	2.667	0.321	2.873	0.244	3.073
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124	0.637	2.290	0.547	2.460	0.461	2.633	0.380	2.806
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.734
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.751	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.650	2.431
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.682	2.396
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.795	2.281
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891	1.015	1.979	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.198
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.837	1.369	1.873	1.337	1.910	1.305	1.948
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.568	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.508	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.847	1.608	1.862	1.594	1.877
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874