

[This question paper contains 15+9 printed pages.]

Sr. No. of Question Paper : 8212

GC

Your Roll No.....

Unique Paper Code : 12271303

Name of the Paper : Statistical Methods in Economics C-3

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions within each section are to be answered in a continuous manner on the answer sheet. Start each question on a new page and all subparts of a question should follow one after the other.
3. Use of simple calculator is permitted.
4. Required statistical tables are attached with this question paper.
5. This paper contains four sections. Attempt all sections.
6. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. प्रत्येक भाग के सभी प्रश्न के उत्तर एक साथ उत्तर पुस्तिका पर दें। प्रत्येक प्रश्न नये पेज पर और उपभागों का एक के बाद क्रम से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. साधारण कैलकुलेटर का उपयोग मान्य है।
4. इस प्रश्न पत्र के साथ स्टेटिकल टेबल संलग्न की गई है।
5. इस प्रश्न पत्र में चार खंड हैं। सभी खंडों के उत्तर दीजिए।
6. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

P.T.O.

Section I

Q1 is compulsory. Do any one out of Q2 and Q3

खंड 1

प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

प्रश्न 2 और प्रश्न 3 में से एक प्रश्न हल कीजिए।

1. The marks of 21 students in a 50 marks mathematics test are given below:

18 20 25 28 30 35 36 38 39 40 41 41 41 42 42 43
44 45 45 47 50

Calculate a 10% trimmed mean for the data above. Also calculate the median. It was later discovered that the student whose marks were recorded as 35, actually had 45 marks. How will this affect the median value? (5)

50 अंकों की गणित की परीक्षा में 21 विद्यार्थियों के अंकों को नीचे दर्शाया गया है:

18 20 25 28 30 35 36 38 39 40 41 41 41 42 42 43
44 45 45 47 50

उपरोक्त आंकड़ों के लिए 10% समकृत माध्य (trimmed mean) की गणना कीजिए। माध्यिका की गणना भी कीजिए। यह बाद में पता चला कि जिस छात्र के अंक 35 दर्ज किए गए थे, वास्तव में उसने 45 अंक हासिल किए थे। माध्यिका के मान पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा?

2. (a) An electronic machine has three major circuits-X, Y and Z. Circuits Y and Z are interdependent while circuit X operates independently of circuit Y and circuit Z. It is known that circuit X works properly 80% of the time, circuit Y 90% of the time and circuit Z 75% of the time. However if circuit Z fails there is a 60% chance that circuit Y will also fail. What is the probability that only circuit Y works?
- (b) How many five lettered words can be made out of the 26 letters of the English alphabet if repetitions are allowed but not consecutive repetitions? This last sentence means that a letter may not follow itself in the same word.

- (c) If a machine is correctly set up it will produce 90% acceptable items. If it is incorrectly set up it will produce 30% acceptable items. Past experience shows that 80% of set ups are correctly done. If after a certain set up, the first item produced is acceptable, what is the probability that the machine is correctly set up? (4+3+3)

(क) एक इलेक्ट्रॉनिक मशीन में तीन बड़े परिपथ (सर्किट) X, Y और Z हैं। परिपथ Y और Z एक दूसरे पर आश्रित हैं जबकि परिपथ X का संचालन परिपथ Y और Z से स्वतंत्र है। यह ज्ञात है कि परिपथ X के सही काम करने की दक्षता 80% है अर्थात् यह 100 में से 80 बार सही ढंग से काम करता है, परिपथ Y के सही काम करने की दक्षता 90% है और परिपथ Z के सही काम करने की दक्षता 75% है। लेकिन परिपथ Z के विफल हो जाने के मामले में परिपथ Y के 60% विफल होने की संभावना रहती है। केवल परिपथ Y के काम करते रहने की प्रायिकता क्या है?

(ख) अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षरों से पांच अक्षरों के कितने शब्द बनाए जा सकते हैं यदि उनकी पुनरावृत्ति की अनुमति हो, लेकिन निरंतरता में नहीं? अर्थात् इस अंतिम कथन का अर्थ है कि एक अक्षर का प्रयोग एक ही शब्द में दोबारा नहीं किया जा सकता।

(ग) यदि एक मशीन सही तरीके से सेट की गयी हो तो वह 90% स्वीकार्य वस्तुओं का उत्पादन करेगी। यदि सही तरीके से सेट नहीं की गयी हो तो वह 30% स्वीकार्य वस्तुओं का उत्पादन करेगी। पिछला अनुभव बताता है कि 80% सेट अप सही तरीके से किए गए थे। यदि एक निश्चित सेट अप के बाद, पहली स्वीकार्य वस्तु का उत्पादन हुआ, तो मशीन के सही तरीके से सेट अप होने की प्रायिकता क्या है?

3. (a) A factory employs 10 workers in the production department, 8 workers in the packaging department and 7 workers in the delivery department. Out of these workers 5 are to be randomly selected for a training programme. i) What is the probability that all selected workers will be from the same department? ii) What is the probability that at least two different departments will be represented among the selected workers?

(b) Let A be the event that a randomly selected individual likes vanilla flavour, B be the event that a randomly selected individual likes strawberry flavour and C be the event that a randomly selected individual likes chocolate flavour. Suppose that

$$P(A) = 0.65$$

$$P(B) = 0.55$$

$$P(C) = 0.70$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

$$P(B \cap C) = 0.3$$

$$P(A \cup B \cup C) = 0.9$$

- (i) What is the probability that the individual likes both the vanilla and the strawberry flavours?
- (ii) If it is known that the individual did not like vanilla, what now is the probability that the individual liked at least one of the other two flavours?
- (c) Show that for any three events A, B and C with $P(C) > 0$,

$$P(A \cup B / C) = P(A / C) + P(B / C) - P(A \cap B / C) \quad (4+4+2)$$

(क) एक फैक्ट्री, उत्पादन विभाग में 10 कर्मचारियों को, पैकेजिंग विभाग में 8 कर्मचारियों को और डिलीवरी विभाग में 7 कर्मचारियों को नियुक्त करती है। इन कर्मचारियों में 5 को यादृच्छिक रूप से एक प्रशिक्षण कार्यक्रम के लिए चुना जाता है।

(i) पद सभी चुने गए कर्मचारियों के एक ही विभाग से होने की प्रायिकता क्या है?

(ii) सभी चुने गए कर्मचारियों के कम से कम दो विभाग से होने की प्रायिकता क्या है?

(ख) माना कि A एक ऐसी घटना है जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने गए व्यक्तियों को वनिला का स्वाद (या फ्लेवर) पसंद है, B एक ऐसी घटना है जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने गए व्यक्तियों को स्ट्रॉबेरी का स्वाद पसंद है और C एक ऐसी घटना है जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने गए व्यक्तियों को चॉकलेट का स्वाद पसंद है। मान लीजिए कि $P(A) = 0.65$ है।

$$P(A) = 0.65$$

$$P(B) = 0.55$$

$$P(C) = 0.70$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

$$P(B \cap C) = 0.3$$

$$P(A \cup B \cup C) = 0.9$$

(i) व्यक्ति द्वारा वनिला और स्ट्रॉबेरी दोनों स्वाद को पसंद करने की प्रायिकता क्या है?

(ii) यदि यह ज्ञात है कि एक व्यक्ति को वनिला पसंद नहीं है, तो उस व्यक्ति द्वारा अन्य दो स्वादों में से कम से कम एक स्वाद पसंद करने की प्रायिकता क्या है?

(ग) दिखाइए कि किन्हीं भी तीन घटनाओं A, B और C के लिए $P(C) > 0$ है।

$$P(A \cup B / C) = P(A / C) + P(B / C) - P(A \cap B / C)$$

SECTION-II

Do any two out of Q4, Q5 and Q6.

खंड - 2

प्र. 4, प्र. 5 और प्र. 6 में से कोई भी दो कीजिए

4. (a) A bookseller estimates the probabilities for the number of weekly sales of a particular magazine as follows:

No. of sales(x)	0	1	2	3	4	5
Probability p(x)	0.12	0.16	0.31	.20	0.14	0.07

- (i) Find the mean and standard deviation of the number of sales.
- (ii) As weekly income, the salesperson receives a fixed amount of Rs 200, plus a commission of Rs 150 for each sale made. Find the mean and standard deviation of this weekly income.
- (b) Suppose that the time between successive occurrences of an event follows an exponential distribution with mean $1/\lambda$ minutes. Assume that an event occurs. What will be the probability that more than 6 minutes elapses before the occurrence of the next event?
- (c) Obtain the mean and variance of the random variable X which has a uniform distribution on the interval A, B). (4+3+3)

- (क) एक पुस्तक विक्रेता एक विशेष पत्रिका की कई साप्ताहिक बिक्रियों के लिए प्रायिकता का आंकलन निम्नानुसार करता है:

बिक्री की संख्या(x)	0	1	2	3	4	5
प्रायिकता p(x)	0.12	0.16	0.31	.20	0.14	0.07

- (i) बिक्रियों के माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए
- (ii) एक साप्ताहिक आमदनी के रूप में, विक्रेता प्रत्येक बिक्री पर 150 रु. का कमीशन और 200 रु. की एक निश्चित राशि प्राप्त करता है। इस साप्ताहिक आमदनी का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

- (ख) मान लीजिए कि एक घटना की क्रमागत आवृत्तियों के बीच का समय $1/\lambda$ मिनट के माध्य के साथ एक चरघातांकी बंटन का अनुसरण करता है। मान लीजिए कि कोई घटना घटित हो जाती है। तब अगली घटना घटित होने से पहले 6 मिनट से अधिक समय गुजर जाने की प्रायिकता क्या होगी?
- (ग) यादृच्छिक चर X का माध्य और विचरण ज्ञात कीजिए जिसका वितरण (A, B) अंतराल पर एकसमान है।

5. (a) Certain random variable X has cdf $F(x)$ given by:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{for } -1 \leq x < 1 \\ 1 & \text{for } x \geq 1 \end{cases}$$

- (i) Obtain the pdf of x
- (ii) Compute $P(-1/2 \leq X \leq 1/2)$
- (b) A research on crop yields suggests that daily rainfall in parts of India appears to be normally distributed with a mean of 2.2 inches during the rainy season. The standard deviation was determined to be 0.8 inches. What is the probability that it will rain more than 3.3 inches on any one day during the rainy season? How much rainfall must occur to exceed 10% of the daily precipitation?
- (c) Suppose that student participation in a competition that happens every year has a normal distribution with mean 104 students and standard deviation 5 students. What is the probability that student participation differs from mean by more than 1 standard deviation.

How would you characterize the top extreme 0.1% of the student participation values? (4+3+3)

- (क) एक निश्चित यादृच्छिक चर X है जिसका cdf $F(x)$ निम्नानुसार है:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{for } -1 \leq x < 1 \\ 1 & \text{for } x \geq 1 \end{cases}$$

(i) X का pdf ज्ञात कीजिए

(ii) $P(-1/2 \leq X \leq 1/2)$ की गणना कीजिए

- (ख) फसल की पैदावार पर एक शोध से पता चलता है कि वर्षा ऋतु के दौरान भारत के कुछ हिस्सों में दैनिक वर्षा 2.2 इंच के माध्य के साथ सामान्य वितरण में हुई। मानक विचलन 0.8 इंच निर्धारित किया गया। वर्षा ऋतु में किसी एक दिन 3.3 इंच से अधिक बारिश होने की प्रायिकता क्या होगी? दैनिक वर्षा के 10% से अधिक होने के लिए कितनी वर्षा और होनी आवश्यक है?
- (ग) मान लीजिए कि हर साल होने वाली एक प्रतियोगिता में विद्यार्थियों की भागीदारी 104 विद्यार्थी के माध्य और 5 विद्यार्थी के मानक विचलन के साथ एक सामान्य वितरण में थी। विद्यार्थियों की भागीदारी के माध्य में 1 मानक विचलन से अधिक से अंतर होने की प्रायिकता क्या है।

आप शीर्ष 0.1% विद्यार्थियों की भागीदारी का वर्णन किस तरह करेंगे?

6. (a) Find the approximate probability that a student can correctly guess (i) 12 or more out of 20, (ii) at the most 24 out of 40, questions on a true-false examination. Under what circumstances is this approximation valid?
- (b) A repair team is responsible for a stretch of oil pipeline 2 miles long. The distance in miles along this stretch at which any crack can arise is represented by a uniformly distributed random variable, with

$$\text{pdf } f(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{for } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find the cumulative distribution function and the probability that any given crack occurs between 0.5 mile and 1.5 miles along this stretch of pipeline.

- (c) A random variable has a normal distribution with standard deviation equal to 10. If the probability that the random variable will take on a value less than 82.5 is 0.8212, what is the probability that it will take on a value greater than 58.3? (4+3+3)
- (क) (i) एक विद्यार्थी द्वारा 20 में से 12 या इससे अधिक सटीक अनुमान लगाने की अनुमानित प्रायिकता ज्ञात कीजिए (ii) अधिक से अधिक 40 में 24 सही-गलत के प्रश्नों की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। किन परिस्थितियों तक यह सन्निकटन वैध है?

- (ख) एक रिपेयर टीम 2 मील लंबी तेल की पाइपलाइन का विस्तार करने के लिए उत्तरदायी है। इस विस्तार के साथ दूरी (मील में) जिस पर कोई भी दरार पड़ सकती है को एक एकसमान वितरित यादृच्छिक चर, और

$$\text{pdf } f(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{for } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

द्वारा प्रस्तुत किया गया है।

- (ग) एक सामान्य वितरण वाले एक यादृच्छिक चर का मानक विचलन 10 है। यदि यादृच्छिक चर को 82.5 से कम मान पर लिया गया है तो उसकी प्रायिकता 0.8212 है। इसके 58.3 से अधिक पर लिए जाने की प्रायिकता क्या होगी?

SECTION III

Do any two out of Q7, Q8 and Q9.

खंड - 3

प्र. 7, 8, 9 में से दो प्रश्नों को हल कीजिए।

7. (a) Given the value of the joint probability distribution of X and Y shown in the table

	X		
Y		-1	1
-1		1/8	1/2
0		0	1/4
1		1/8	0

- (i) Find the conditional distribution of X given Y = -1
(ii) Are X and Y independent?

- (b) ABC Packaging found that packing any gift involves three stages: I, II, III. The time taken at each stage is normally distributed with means equal to 15, 30 and 20 seconds respectively and standard deviations 1, 2 and 1.5 seconds respectively. Assume time taken by each stage is independent of time taken by other stages.
- (i) What is the probability that it will take more than 1 minute to pack a randomly chosen gift?
- (ii) For a randomly chosen gift what is the probability that time taken in stage 1 exceeds 17 seconds?
- (c) Let X be a normally distributed random variable with mean 10 and variance 4. A random sample of size n is chosen from this distribution. Let \bar{X} be the sample mean. The standard deviation of \bar{X} is found to be 0.4. What is the sample size n ? (4+3+3)
- (क) X और Y के संयुक्त प्रायिकता वितरण के मान को नीचे तालिका में दिखाया गया है

		X	
Y		-1	1
	-1	1/8	1/2
	0	0	1/4
	1	1/8	0

- (i) X का सप्रतिबंध बंटन ज्ञात कीजिए जहां $Y = -1$ है
- (ii) क्या X और Y स्वतंत्र हैं ?
- (ख) पैकेजिंग को पता चलता है कि किसी भी गिफ्ट को पैक करने में तीन चरण I, II, III को शामिल किया जाता है। प्रत्येक चरण में माध्य क्रमशः 15, 30 और 20 सेकंड और मानक विचलन क्रमशः 1, 2 और 1.5 के साथ लगने वाले समय का वितरण सामान्य है। मान लीजिए कि प्रत्येक चरण में लगने वाला समय दूसरे चरणों में लगने वाले समय से स्वतंत्र है।
- (i) यादृच्छिक रूप से चुने गए गिफ्ट को पैक करने में 1 मिनट से अधिक समय लगने की प्रायिकता क्या है?

(ii) एक यादृच्छिक रूप से चुने गए गिफ्ट के लिए चरण 1 में लगे समय के 17 सेकंड से अधिक होने की प्रायिकता क्या है ?

(ग) माना कि X , माध्य 10 और प्रसरण 4 के साथ सामान्य रूप से वितरित है। इस वितरण से n आकार के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श का चयन किया जाता है। माना कि X एक प्रतिदर्श माध्य है। X का मानक विचलन 0.4 प्राप्त हुआ। n का प्रतिदर्श आकार क्या है?

8. (a) If $E(XY)=3$, $E(X)=E(Y)=2$

(i) What is the Covariance between X and Y ?

(ii) What is the covariance between U and V where $U=3X+1$ and $V=3-\frac{5}{3}Y$?

(iii) How is Correlation between X and Y related to Correlation between U and V ?

(b) The life of Type A bulbs is normally distributed with average 105 days and standard deviation 8 days. The life of Type B bulbs is normally distributed with average 100 days and standard deviation of 6 days. A sample of size 40 is chosen from Type A bulbs and \bar{A} is the sample mean. A sample of size 35 is chosen from Type B bulbs and \bar{B} is the sample mean.

(i) Describe the distribution of $(\bar{A} - \bar{B})$

(ii) Find $P(-1 \leq (\bar{A} - \bar{B}) \leq 1)$ (5+5)

(क) यदि $E(XY)=3$, $E(X)=E(Y)=2$ है।

(i) X और Y के बीच का सहप्रसरण कितना है ?

(ii) U और V के बीच का सहप्रसरण कितना है जहां $U=3X+1$ और $V=3-\frac{5}{3}Y$?

(iii) X और Y के बीच का सहसंबंध तथा U और V के बीच का सहसंबंध किस तरह से संबंधित हैं?

(ख) A प्रकार के बल्ब का जीवन 105 दिनों के औसत और 8 दिनों के मानक विचलन के साथ सामान्य रूप से वितरित किया जाता है। B प्रकार के बल्ब का जीवन 100 दिनों के औसत और 6 दिनों के मानक विचलन के साथ सामान्य रूप से वितरित किया जाता है। A प्रकार के बल्ब से 40 आकार का एक प्रतिदर्श चुना जाता है और A एक प्रतिदर्श माध्य है। B प्रकार के बल्ब से 35 आकार का एक प्रतिदर्श चुना जाता है और B एक प्रतिदर्श माध्य है।

(i) $(\bar{A} - \bar{B})$ का वितरण बताइए

(ii) $P(-1 \leq (\bar{A} - \bar{B}) \leq 1)$ ज्ञात कीजिए

9. (a) Suppose X and Y are two discrete random variables which have the joint probability mass function $p(x,y) = (x+2y)/18$, $(x, y) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$, 0 elsewhere. Determine the conditional mean of Y, given $X=2$. Also find the two marginal probability mass functions. Calculate the value of $E(3X-2Y)$.

(b) Let X denotes the storage capacity of a new pen-drive that is launched in three models that differ in storage space. Market survey shows that 20% customers buy the drive with 20GB storage space, while 30% buy the drive with 40 GB space. The rest prefer the model with 30 GB space. Derive the sampling distribution of average storage space in a pen drive using a sample size of 2, with random sampling. (5+5)

(क) मान लीजिए कि X और Y दो असतत यादृच्छिक चर हैं जिनका कहीं पर संयुक्त प्रायिकता मास फंक्शन $p(x,y) = (x+2y)/18$, $(x, y) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$, 0 है। Y के सप्रतिबंध माध्य की गणना कीजिए यदि $X=2$ है। इसके अलावा दो उपांत प्रायिकता मास फंक्शन की गणना भी कीजिए। $E(3X-2Y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) मान लीजिए कि X नयी पेन-ड्राइव की स्टोरेज कैपेसिटी को दर्शाता है जिसे तीन मॉडल में शुरू किया गया है जिनकी स्टोरेज कैपेसिटी भिन्न-भिन्न है। बाजार सर्वेक्षण से पता चलता है कि 20 ग्राहक 20 जीबी स्टोरेज कैपेसिटी की ड्राइव खरीदते हैं, जबकि 30 ग्राहक 40 जीबी स्टोरेज कैपेसिटी की ड्राइव खरीदते हैं। शेष 30 जीबी के स्पेस वाले मॉडल को पसंद करते हैं। यादृच्छिक प्रतिदर्शी के साथ 2 प्रतिदर्शी आकार का प्रयोग करते हुए एक पेन-ड्राइव के औसत स्टोरेज स्पेस का प्रतिदर्शी बंटन निकालिए।

SECTION IV

Do any two out of Q10, Q11 and Q12.

खंड - 4

प्र. 10, 11, 12 में से दो प्रश्नों को हल कीजिए।

10. (a) The average signing bonus for 10 players in a local hockey team is found to be Rs. 65890 with standard deviation equal to Rs12,300. Assume the signing bonus for all players to be normally distributed.

- (i) Find a 98% confidence interval for the true signing bonus of a player
(ii) How can the interval you found be made more reliable? Is there any loss associated with an increase in reliability? Explain.

(b) Assume a random sample $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ from a population with mean μ and standard deviation σ^2 .

(i) Show that $\hat{\mu} = \frac{(1 * X_1 + 2 * X_2 + 3 * X_3 + \dots + n * X_n)}{(0.5n(n+1))}$ is unbiased.

(ii) Show that variance of $\hat{\mu} = \frac{2(2n+1)\sigma^2}{3n(n+1)}$

(c) What is Mean Squared error (MSE) of an estimator θ' ?

Show that $MSE(\hat{\theta}) = \text{Variance}(\hat{\theta}) + (\text{Bias}(\hat{\theta}))^2$ (4+3+3)

(क) स्थानीय हॉकी टीम में 10 खिलाड़ियों के लिए औसत साइनिंग बोनस 65890 रु. पाया जाता है जिसमें मानक विचलन 12,300 रु. के समतुल्य आता है। सभी खिलाड़ियों के लिए सामान्य बंटन हेतु साइनिंग बोनस कल्पित कीजिए।

(i) एक खिलाड़ी के वास्तविक साइनिंग बोनस के लिए 98% विश्वास्यता अंतराल ज्ञात कीजिए।

(ii) स्वयं द्वारा ज्ञात किए गए ज्ञात अंतराल को आप और अधिक विश्वसनीय कैसे बना सकते हैं? क्या विश्वसनीयता में वृद्धि से कोई हानि संबद्ध है। व्याख्या कीजिए।

(ख) एक समष्टि से यादृच्छिक प्रतिदर्श $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ को कल्पित कीजिए जिसका माध्य μ एवं मानक विचलन σ^2 है।

(i) प्रदर्शित कीजिए कि $\hat{\mu} = \frac{(1 * X_1 + 2 * X_2 + 3 * X_3 + \dots + n * X_n)}{(0.5n(n+1))}$ अनभिनत है।

(ii) प्रदर्शित कीजिए कि प्रसरण $\hat{\mu} = \frac{2(2n+1)\sigma^2}{3n(n+1)}$

(ग) प्राक्कलक θ' की माध्य वर्ग त्रुटि (MSE) क्या है?

प्रदर्शित कीजिए कि $(\hat{\theta}) = \text{प्रसरण}(\hat{\theta}) + \text{अभिनति}(\hat{\theta})^2$

11. (a) Assume that elasticity of a rubber pipe (measured in ksi units) is normally distributed with standard deviation equals to 0.75ksi.

(i) Find a 95% confidence interval for true pipe elasticity if a sample of 20 pipes yields sample average of 4.56 ksi.

(ii) What is the sample size needed if we want to be 99% confident that true average elasticity is within 0.2 ksi of the sample mean?

(b) Suppose true average runs scored by Team A and Team B are equal in a college, equal to μ . The variance in runs scored team A is σ^2 , whereas it is $4\sigma^2$ for team B. Let \bar{A} denote average runs from a sample of M games played by A, while \bar{B} denote average runs from a sample of N games played by B. Let the estimator for μ be $\hat{\mu} = \alpha\bar{A} + \beta\bar{B}$

(i) Under what conditions is $\hat{\mu}$ unbiased.

(ii) What is the variance of this estimator?

(c) Consider a random sample $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ from a probability mass function $P(x; \theta) = x^\theta(\theta + 1)$ where $0 \leq x \leq 1$.

(i) Find an estimator for θ using method of moments.

(ii) Use the above estimator to obtain a point estimate for θ when the sample obtained is (0.1, 0.3, 0.5). (4+3+3)

(क) मान लीजिए कि एक रबर पाइप की प्रत्यास्थता (ksi इकाई में मापी जाने वाली) 0.75 ksi के समतुल्य मानक विचलन के साथ सामान्य रूप से बंटित है।

(i) वास्तविक पाइप प्रत्यास्थता के लिए 95% विश्वास्यता अंतराल ज्ञात कीजिए यदि 20 पाइपों का एक प्रतिदर्श 4.56 ksi का प्रतिदर्श औसत (sample average) देता है।

(ii) यदि हम 99% सुनिश्चित होना चाहें कि वास्तविक प्रत्यास्थता प्रतिदर्श मध्य से 0.2 ksi के अंतर्गत है तो आवश्यक प्रतिदर्श आकार क्या है?

(ख) माना कि टीम A एवं टीम B द्वारा बनाए गए औसत रन कॉलेज में बराबर, μ के समतुल्य हैं। टीम A द्वारा बनाए गए रनों का प्रसरण σ^2 है, जबकि टीम B के लिए यह $4\sigma^2$ है। माना कि \bar{A} A द्वारा खेली गयी M पारियों के औसत रनों को व्यक्त करता है, जबकि \bar{B} B द्वारा खेली गई N पारियों के औसत रनों को व्यक्त करता है। माना कि μ के लिए प्राक्कलक μ be $\hat{\mu} = \alpha\bar{A} + \beta\bar{B}$ है।

(i) किन शर्तों के अंतर्गत $\hat{\mu}$ अनभिनत है।

(ii) इस प्राक्कलक का प्रसरण क्या है?

(ग) प्रायिकता मास फंक्शन $P(x; \theta) = x^\theta(\theta + 1)$ के आधार पर एक यादृच्छिक प्रतिदर्श $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ पर विचार कीजिए जहाँ $0 \leq x \leq 1$ है।

(i) आघूर्ण विधि का प्रयोग करके θ के लिए प्राक्कलक ज्ञात कीजिए।

(ii) θ के लिए बिन्दु आकल प्राप्त करने के लिए उपर्युक्त प्राक्कलक का प्रयोग कीजिए जब प्राप्त किया गया प्रतिदर्श (0.1, 0.3, 0.5) है।

12. (a) For each of the following confidence intervals for population mean drawn from samples from normally distributed populations, find the confidence level, width and mention the distribution associated with the statistic used:

(i) $(\bar{X} - 1.4 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2.05 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ where $n = 49$