

This question paper contains 8 + 7 printed pages.]

Your Roll No.

6334

B.A. (Hons.) / III

B

ECONOMICS – Paper 14

(Introductory Econometrics)

(Admissions of 2005 and onwards)

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 38

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note : Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

Attempt **all** questions. There is internal choice in each question. Statistical tables are appended for reference.

सभी प्रश्न कोजिए । प्रत्येक प्रश्न के लिए आंतरिक विकल्प हैं । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके साथ निर्दिष्ट हैं । प्रश्न को सावधानीपूर्वक पढ़कर सटीक उत्तर दीजिए । संदर्भ के लिए सांख्यिकीय तालिकाएँ संलग्न हैं ।

1. (a) Consider a random variable X which can take values $1, 2, \dots, n$. Assume each of the outcomes is equally likely with probability equal to $1/n$. Derive the mean and variance of X . 4
- (b) The label on a carton of light bulbs states that the average life of the bulb is 935 hours. An unhappy customer files a complaint with the commerce department that the life of the bulb is considerably less than 935 hours. A random sample of 25 light bulbs showed an average life of 917 hours with a standard deviation of 54 hours. Based on this evidence, can the company's claim be rejected? Perform the test at the 5% level of significance. 4
- (क) एक यादृच्छिक चर X है जिसके मान $1, 2, \dots, n$ हो सकते हैं । मान लीजिए कि प्रत्येक परिणाम $1/n$ के बराबर प्रायिकता के साथ समान रूप से संभावित हैं । X का माध्य और प्रसरण व्युत्पन्न कीजिए ।
- (ख) बिजली के बल्बों के डिब्बे पर लगा लेबल यह सूचित करता है कि बल्ब का औसत जीवन 935 घंटे है । एक असंतुष्ट ग्राहक ने वाणिज्य विभाग में एक शिकायत की कि बल्ब का जीवन 935 घंटों से कहीं अधिक कम है ।
25 बल्बों के यादृच्छिक प्रतिदर्श से पता चला कि औसत जीवन 917 घंटे है और मानक विचलन 54 घंटे है । इस साक्ष्य के आधार पर क्या कंपनी के दावे को अस्वीकृत किया जा सकता है ? 5% सांख्यिकता स्तर पर परीक्षण कीजिए ।

OR / अथवा

- (a) A random variable X has a mean μ and variance σ^2 . Two independent observations X_1 and X_2 are drawn.

Consider an estimator of μ given by $\hat{\mu} = 1.1X_1 + bX_2$.

- (i) What value of b will make $\hat{\mu}$ unbiased ?
(ii) Compute the variance of $\hat{\mu}$ in terms of σ^2 . What value of b will minimize this variance ? Do you get the same value of b as in (i) above ? What do you conclude ?

4

- (b) A manufacturer of computer paper has a production process that operates continuously throughout the entire production shift. The paper is expected to have a mean length of 11 inches and its standard deviation is known to be 0.02 inch. At periodic intervals, samples are selected to see whether something is wrong in the process that alters the length of the paper produced.

Suppose a random sample of 100 sheets is selected and the mean paper length is found to be 10.998 inches.

- (i) Set up a 95% confidence interval estimate of the population mean paper length..
(ii) Do you think that this sample suggests that there is something wrong with the production process and corrective action needs to be taken.

4

- (क) एक यादृच्छिक चर X का माध्य μ है और प्रसरण σ^2 है । दो स्वतंत्र प्रेक्षण X_1 और X_2 किए गए ।

$\hat{\mu} = 1.1X_1 + bX_2$ द्वारा प्रदत्त μ के एक आकलक पर विचार कीजिए ।

- (i) b का क्या मान $\hat{\mu}$ को अनभिनत बनाएगा ?
(ii) σ^2 के संदर्भ में $\hat{\mu}$ का प्रसरण अभिकलित कीजिए । इस प्रसरण को b का क्या मान न्यूनतम करेगा ? क्या आपको ऊपर (i) के समान ही b का मान प्राप्त होगा ? आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं ?

- (ख) कंप्यूटर कागज के विनिर्मातकी उत्पादन प्रक्रिया ऐसी है जो उत्पादन पाली में आद्योपात चालू रहती है । कागज की माध्य लंबाई 11 इंच प्रत्याशित है और उसका मानक विचलन 0.02 इंच माना गया है । बीच-बीच में प्रतिदर्श चुने जाते हैं ताकि यह देखा जा सके कि क्या प्रक्रिया में कोई ऐसा दोष तो नहीं है, जो कागज की लंबाई बदल दे ।

मान लीजिए 100 कागज एक प्रतिदर्श चुना गया है और माध्य कागज लंबाई 10.998 इंच पाई गई ।

- (i) समष्टि माध्य कागज लंबाई का 95% विश्वास्यता अंतराल आकलन कीजिए ।
(ii) आपके विचार में क्या प्रतिदर्श यह सूचित करता है कि उत्पादन प्रक्रिया में कोई दोष है और दोष निवारक कार्रवाई आवश्यकता है ?

2. (a) Ordinary least squares estimates of the slope coefficients in a simple regression model will be more precisely estimated with a smaller variance if the X values are close to their sample mean. True/False. Explain. 3

(b) The monthly salary (WAGE, in hundreds of rupees), age (AGE, in years), number of years of experience (EXP, in years), number of years of education (EDU) were obtained for 49 persons in a certain office. The estimated regression of WAGE on the characteristics of a person were obtained as follows (with t statistics in parenthesis) :

$$\text{WAGE} = 632.244 + 142.510 \text{ EDU} + 43.225 \text{ EXP} - 1.913 \text{ AGE}$$

$$\begin{matrix} (1.493) & (4.088) & (3.022) & (-0.22) \end{matrix}$$

(i) The value of adjusted R^2 , $R^{-2} = 0.277$. Using this information, test the model for overall significance at 1% level of significance.

(ii) Test the coefficient of EDU and EXP for statistical significance at 1% level and coefficient for AGE at 10% level.

(iii) Can you rationalize the negative sign for AGE ? If someone suggests that AGE be eliminated, will you follow the suggestion ? 7

(क) यदि X मान अपने प्रतिदर्श माध्य के निकट हैं तो सरल समाश्रयण मॉडल में ढाल गुणांकों के साधारण न्यूनतम वर्गित आकलन लघुतर प्रसरण के साथ अधिक परिशुद्धतः आकलित होंगे। सत्य / असत्य स्पष्ट कीजिए।

(ख) एक कार्यालय के 49 व्यक्तियों के संबंध में मासिक वेतन (WAGE, सैंकड़ों रुपयों में), आयु (AGE, वर्षों में), अनुभव के वर्षों की संख्या (EXP, वर्षों में), शिक्षा के वर्षों की संख्या (EDU) प्राप्त की गई। एक व्यक्ति के अभिलक्षणों पर WAGE का आकलित समाश्रयण इस प्रकार प्राप्त था (कोष्ठक में प्रतिदर्शज t) :

$$\text{WAGE} = 632.244 + 142.510 \text{ EDU} + 43.225 \text{ EXP} - 1.913 \text{ AGE}$$

$$\begin{matrix} (1.493) & (4.088) & (3.022) & (-0.22) \end{matrix}$$

(i) समायोजित R^2 , R^{-2} का मान = 0.277। इस सूचना का उपयोग करते हुए, 1% सार्थकता स्तर पर समग्र सार्थकता के लिए मॉडल का परीक्षण कीजिए।

(ii) EDU और EXP के गुणांक का 1% स्तर पर और AGE के गुणांक का 10% स्तर पर सांख्यिकीय सार्थकता का परीक्षण कीजिए।

(iii) क्या आप AGE के लिए ऋणात्मक चिह्न के लिए युक्तिसंगत व्याख्या प्रस्तुत कर सकते हैं ? यदि कोई यह सुझाव दें कि AGE को निकाल देना चाहिए तो क्या आप इस सुझाव पर अमल करेंगे ?

OR / अथवा

(a) Consider the two variable population regression function $y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$

Explain the principle of least squares used to obtain estimators of B_1 and B_2 . In this context derive the least squares normal equations and estimators of parameters of the population regression function. 4

- (b) Consider the following model relating the gain in salary due to an MBA degree to a number of its determinants.

$$SLRYGAIN_t = B_1 + B_2 TUITION_t + B_3(Z1)_t + B_4(Z2)_t + B_5(Z3)_t + u_t$$

where

SLRYGAIN = Post salary MBA minus pre MBA salary, in thousands of dollars.

TUITION = annual tuition costs, in thousands of dollars

Z1 = MBA skills in being analysts, graded by recruiters.

Z2 = MBA skills in being team players, graded by recruiters.

Z3 = Curriculum evaluation by MBA's.

Using data for 25 top business schools, the coefficients were estimated as follows, standard errors in parenthesis.

$$\hat{B}_1 \quad 60.899 \quad (2.513)$$

$$\hat{B}_2 \quad 0.314 \quad (0.750)$$

$$\hat{B}_3 \quad -3.948 \quad (2.756)$$

$$\hat{B}_4 \quad -2.016 \quad (2.165)$$

$$\hat{B}_5 \quad -5.325 \quad (3.773)$$

- (i) Carry out individual two tail tests at 10% level of significance for the slope coefficients.
- (ii) Test the model for overall significance at the 10% level if $R^2 = 0.461$ was obtained for the model.
- (iii) Is there a conflict between your conclusions in (i) and (ii) ? If yes, can you suggest a possible explanation ?

6

- (क) दो परिवर्ती समष्टि समाश्रयण फलन $y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$ हैं ।

B_1 और B_2 के आकलक प्राप्त करने के लिए प्रयुक्त न्यूनतम वर्ग के नियम को स्पष्ट कीजिए । इस संदर्भ में न्यूनतम वर्ग प्रसामान्य सर्भकरण और समष्टि समाश्रयण फलन के प्राचलों के आकलक व्युत्पन्न कीजिए ।

- (ख) एम.बी.ए. की डिग्री के कारण उसके निर्धारकों की संख्या के लिए वेतन में लाभ (gain) से संबंधित निम्नलिखित मॉडल को खिए :

$$SLRYGAIN_t = B_1 + B_2 TUITION_t + B_3(Z1)_t + B_4(Z2)_t + B_5(Z3)_t + u_t$$

जिसमें

SLRYGAIN = हजारों डॉलरों में MBA पूर्व वेतन घटाकर MBA पश्चात् वेतन

TUITION = हजारों डॉलरों में वार्षिक शिक्षा-शुल्क लागत

Z1 = नियुक्ति करने वालों द्वारा क्रम निर्धारित विश्लेषकों की दृष्टि से MBA कौशल

Z2 = नियुक्ति करने वालों द्वारा क्रम निर्धारित दल खिलाड़ियों की दृष्टि से MBA कौशल

Z3 = MBA द्वारा पाठ्यचर्या मूल्यांकन

25 शीर्ष व्यावसायिक विद्यालयों के आँकड़ों का उपयोग करते हुए गुणांक इस प्रकार आकलित किए गए थे, मानव त्रुटियाँ कोष्ठक में हैं ।

$$\hat{B}_1 \quad 60.899 \quad (2.513)$$

$$\hat{B}_2 \quad 0.314 \quad (0.750)$$

$$\hat{B}_3 \quad -3.948 \quad (2.756)$$

$$\hat{B}_4 \quad -2.016 \quad (2.165)$$

$$\hat{B}_5 \quad -5.325 \quad (3.773)$$

- (i) ढाल गुणांकों के लिए 10% सार्थकता स्तर पर व्यष्टिक द्विपुच्छ परीक्षण कीजिए ।
- (ii) यदि $R^2 = 0.461$ प्राप्त हुआ, तो 10% सार्थकता स्तर पर समग्र सार्थकता के लिए मॉडल का परीक्षण कीजिए ।
- (iii) क्या (i) और (ii) में आपके निष्कर्षों के बीच कोई विरोध है ? यदि हाँ, तो क्या आप कोई संभावित स्पष्टीकरण सुझा सकते हैं ?

3. (a) Omitting a relevant variable from a model is more serious than including an irrelevant variable. Do you agree ? Explain. 4

(b) It is known that English language test scores (E) depends on mother's education (M, in years) and language spoken at home. Language spoken at home has 3 categories : English only, Hindi only and English and Hindi only.

- (i) Define dummy variables to capture language spoken at home. Treat English speaking homes as the base category.
- (ii) Develop a linear in parameters model that shows English test scores as a function of mother's education and language spoken at home.
- (iii) Suppose you are told that language spoken at home is influenced by mothers education. How will your model in (ii) change ?
- (iv) Based on your model in (iii) above, derive the regression equations for three categories of homes and compare them. 6

(क) किसी असंगत चर को सम्मिलित करने की तुलना में किसी मॉडल से संगत चर को छोड़ देना अधिक गंभीर होता है । क्या आप सहमत हैं ? स्पष्ट कीजिए ।

(ख) यह ज्ञात है कि अंग्रेजी भाषा परीक्षण प्राप्तांक (E) माता की शिक्षा (M, वर्षों में) और घर में बोली जाने वाली भाषा पर निर्भर करता है । घर में बोली जाने वाली भाषा के तीन संवर्ग हैं : केवल अंग्रेजी, केवल हिंदी और केवल अंग्रेजी और हिंदी ।

- (i) घर में बोली जाने वाली भाषा के प्रग्रहण के लिए मूक चर निश्चित कीजिए । अंग्रेजी बोलने वाले घरों को आधार संवर्ग मानिए ।
- (ii) प्राचल मॉडल में यह सिद्ध करने के लिए कि अंग्रेजी परीक्षण प्राप्तांक माता की शिक्षा और घर में बोली जाने वाली भाषा का फलन है, एक रैखिक विकसित कीजिए ।
- (iii) मान लीजिए कि आपको बताया गया है कि घर में बोली जाने वाली भाषा माता की शिक्षा से प्रभावित होती है । (ii) में आपका मॉडल किस प्रकार बदल जाएगा ?
- (iv) ऊपर (iii) में अपने मॉडल पर आधारित घरों के तीन संवर्गों के लिए, समाश्रयण समीकरण व्युत्पन्न कीजिए और उनकी तुलना कीजिए ।

OR / अथवा

(a) Consider the following functional form :

$$Y = B_1 + B_2X + B_3 \left(\frac{1}{X} \right)$$

- (i) Derive the expression for the marginal effect of Y with respect to X.
- (ii) Derive the expression for elasticity of Y with respect to X and express it in terms of X only.
- (iii) Assume without loss of generality, $B_1 = 0$ and $B_2 > 0$, $B_3 > 0$. For what value of X will this function attain a minima ? Draw a rough sketch for the function.

5

(b) The following regression results were obtained for 22 individuals, (standard error in parentheses)

$$\hat{Y}_i = 1506.244 - 228.9868 D_i + 0.0589 X_i$$

$$(188.0096) \quad (107.0582) \quad (0.0061)$$

$$R^2 = 0.9284$$

Where

Y = expenditure on food (dollars)

D_i = Gender dummy variable = 1 for female

X_i = After tax income (dollars) = 0 for male

- (i) Holding after tax income constant, what is the difference between mean food expenditure of males and females at the 5% level of significance ? Is the difference statistically significant ? How can you say so ?
- (ii) What is the marginal propensity of food consumption, holding gender difference constant ?
- (iii) Write down & draw the regression equation for males and females separately.

5

(क) निम्नलिखित फलनरूप को देखिए :

$$Y = B_1 + B_2X + B_3 \left(\frac{1}{X} \right)$$

- (i) X के संबंध में Y के उपांत प्रभाव के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।
- (ii) X के संबंध में Y की लोच के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए और उसे केवल X की दृष्टि से व्यंजित कीजिए ।
- (iii) सामान्यता की हानि के बिना, मान लीजिए $B_1 = 0$ और $B_2 > 0$, $B_3 > 0$ है । X के किस मान के लिए यह फलन निम्निष्ठ प्राप्त करेगा ? फलन के लिए एक स्थूल स्कैच बनाइए ।

(ख) 22 व्यक्तियों के लिए निम्नलिखित समाश्रयण परिणाम प्राप्त हुए हैं (मानक त्रुटियाँ कोष्ठक में हैं) ।

$$\hat{Y}_i = 1506.244 - 228.9868 D_i + 0.0589 X_i$$

$$(188.0096) \quad (107.0582) \quad (0.0061)$$

$$R^2 = 0.9284$$

जिसमें,

Y = खाद्य पर व्यय है (डॉलर)

D_1 = लैंगिक मूक चर = 1 स्त्री के लिए

X_1 = करोपरांत आय (डॉलर) 0 = पुरुषों के लिए

- (i) करोपरांत आय को स्थिर मानकर, पुरुषों और स्त्रियों के माध्य खाद्य व्यय में 5% सार्थकता स्तर पर क्या अंतर है ? क्या अंतर सांख्यिकीय रूप से सार्थक है ? आप ऐसा कैसे कह सकते हैं ?
- (ii) लिंग-अंतर को स्थिर मानते हुए सीमांत खाद्य उपभोग प्रवृत्ति क्या है ?
- (iii) पुरुषों और स्त्रियों के लिए अलग-अलग समाश्रयण समीकरण लिखिए और निष्कर्ष निकालिए ।

4. (a) What is the problem of auto correlation ? Explain how graphical examination of residuals can be used as a diagnostic tool to detect this problem. 3

(b) Consider the following model relating profits to sales of a number of firms.

$$P_t = B_1 + B_2 S_t + B_3 D_t + U_t$$

where P_t = Annual profits

S_t = Annual sales

$D_t = 1$, if the firm is in

manufacturing industry

= 0, otherwise

- (i) State the auxiliary equation so that you can carry out White's test for heteroscedastility.
- (ii) State the null and alternate hypotheses, the test statistic, its distribution and degrees of freedom, given n observations. Write down the 5% critical value for the test and describe the decision rule.
- (iii) Explain the consequences on interpretation of regression results based on ordinary least squares. 7

(क) स्वसहबंध की समस्या क्या है ? स्पष्ट कीजिए कि इस समस्या का पता लगाने के लिए अवशिष्टों की ग्राफीय परीक्षा को किस प्रकार निदानात्मक उपकरण के रूप में प्रयुक्त किया जा सकता है ?

(ख) कई फर्मों के बिक्री से संबंधित निम्नलिखित मॉडल को देखिए :

$$P_t = B_1 + B_2 S_t + B_3 D_t + U_t$$

जिसमें P_t = वार्षिक लाभ

S_t = वार्षिक बिक्री

$D_t = 1$, जब फर्म विनिर्माण उद्योग में है

= 0, अन्यथा

- (i) सहायक समीकरण का उल्लेख कीजिए जिससे आप विषम विचालिता के लिए वाइट-परीक्षण कर सकें ।
- (ii) n प्रेक्षण प्रदत्त होने पर निराकरण और विकल्पी, परीक्षण-प्रतिदर्शज, उसका बंटन और स्वातंत्र्य-कोटि का उल्लेख कीजिए । परीक्षण के लिए 5% क्रांतिक मान लिखिए और निर्णय नियम का वर्णन कीजिए ।
- (iii) साधारण न्यूनतम वर्गों पर आधारित समाश्रयण परिणामों की व्याख्या पर निष्कर्षों को स्पष्ट कीजिए ।

OR / अथवा

- (a) Consider the following model of the demand for air line travel, estimated using annual data for the period 1947 – 1987.

$$\ln Q_t = B_0 + B_1 \ln P_t + B_2 \ln Y_t + B_3 \ln ACC + B_4 FATAL + U_t$$

where

Q_t = Per capita passenger miles travelled in a given year.

P_t = Average price per mile.

Y_t = per capital income.

ACC = Accident rate per passenger mile.

FATAL = Number of fatalities from aircraft accidents.

- (i) Can you think of a reason why the model does not include FATAL in logarithmic form ?
- (ii) The model was estimated and the Durbin Watson Statistic was found to be 0.97. Test the model for first order auto correlation at 5% level of significance.
- (iii) Based on your conclusion, what can you say about ordinary least squares estimates and hypothesis testing procedures.
- (iv) Suppose you want to estimate the model of demand for airline travel using generalized least squares. Describe, step by step, how to proceed. 7
- (b) Do you think the following model suffers from multicollinearity ? Give reasons.

$$\ln Y_t = B_0 + B_1 \ln X_t + B_2 \ln X_t^2 + U_t$$

- (क) 1947 – 1987 की कालावधि के लिए वार्षिक आँकड़ों का उपयोग करते हुए आकलित हवाई यात्रा के लिए माँग के निम्नलिखित मॉडल को देखिए :

$$\ln Q_t = B_0 + B_1 \ln P_t + B_2 \ln Y_t + B_3 \ln ACC + B_4 FATAL + U_t$$

जिसमें

Q_t = एक नियत वर्ष में यात्रा की गई प्रतिव्यक्ति यात्री मील

P_t = प्रति मील औसत कीमत

Y_t = प्रति व्यक्ति आय

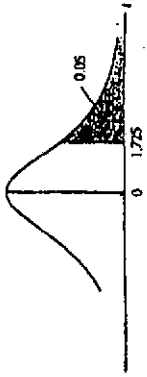
ACC = प्रति यात्री मील दुर्घटना दर

FATAL = हवाई जहाज दुर्घटनाओं से मृत्यु संख्या

- (i) क्या आप कारण बता सकते हैं कि मॉडल में FATAL को लघुगणकीय रूप में क्यों शामिल नहीं किया गया है ?
- (ii) मॉडल का आकलन किया गया था और डर्बिन-वाटसन प्रतिदर्शज 0.97 पाया गया । 5% सार्थकता स्तर पर प्रथम कोटि स्व सहबंध के लिए मॉडल का परीक्षण कीजिए ।
- (iii) अपने निष्कर्ष के आधार पर, आप साधारण न्यूनतम वर्ग आकलनों और प्राक्कल्पना परीक्षण प्रक्रियाओं के बारेमें क्या कह सकते हैं ?
- (iv) मान लीजिए कि आप सामान्यीकृत न्यूनतम वर्गों का उपयोग करते हुए हवाईयात्रा के माँग के मॉडल का आकलन करना चाहते हैं । कार्यप्रणाली का सिलसिले वार वर्णन कीजिए ।
- (ख) आपके विचार में क्या निम्नलिखित मॉडल में बहुसंरेखता है ? कारण बताइए ।

$$\ln Y_t = B_0 + B_1 \ln X_t + B_2 \ln X_t^2 + U_t$$

TABLE 12. PERCENTAGE POINTS OF THE t DISTRIBUTION

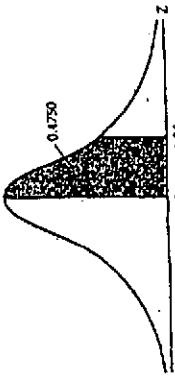


Example
 $\Pr(t > 2.086) = 0.025$
 $\Pr(t > 1.725) = 0.05$ for d.f. = 20
 $\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$

Pr d.f.	0.25		0.10		0.05		0.025		0.01		0.005	
	1	∞	1	∞	1	∞	1	∞	1	∞	1	∞
1	1.000	0.674	0.708	0.6314	12.706	31.821	63.657	318.31	0.009	0.002	0.001	0.000
2	0.816	0.597	0.866	0.729	4.303	6.965	9.925	22.327	0.010	0.005	0.002	0.001
3	0.765	0.584	1.038	0.816	3.182	4.541	5.841	10.214				
4	0.741	0.577	1.533	1.038	2.776	3.747	4.604	7.173				
5	0.727	0.571	1.476	1.038	2.571	3.365	4.032	5.893				
6	0.718	0.566	1.440	1.038	2.447	3.143	3.707	5.208				
7	0.711	0.562	1.415	1.038	2.365	2.998	3.499	4.785				
8	0.706	0.559	1.397	1.038	2.306	2.896	3.355	4.501				
9	0.703	0.557	1.383	1.038	2.262	2.821	3.250	4.297				
10	0.700	0.555	1.372	1.038	2.228	2.764	3.169	4.144				
11	0.697	0.554	1.363	1.038	2.201	2.718	3.106	4.025				
12	0.695	0.553	1.356	1.038	2.179	2.681	3.055	3.930				
13	0.694	0.552	1.350	1.038	2.160	2.650	3.012	3.852				
14	0.692	0.551	1.345	1.038	2.145	2.624	2.977	3.787				
15	0.691	0.550	1.341	1.038	2.131	2.602	2.947	3.733				
16	0.690	0.549	1.337	1.038	2.120	2.583	2.921	3.686				
17	0.689	0.548	1.333	1.038	2.110	2.567	2.898	3.646				
18	0.688	0.547	1.330	1.038	2.101	2.552	2.878	3.610				
19	0.688	0.546	1.328	1.038	2.093	2.539	2.861	3.579				
20	0.687	0.545	1.325	1.038	2.086	2.528	2.845	3.552				
21	0.686	0.544	1.323	1.038	2.080	2.518	2.831	3.527				
22	0.685	0.543	1.321	1.038	2.074	2.508	2.819	3.505				
23	0.685	0.542	1.319	1.038	2.069	2.500	2.807	3.485				
24	0.685	0.541	1.318	1.038	2.064	2.492	2.797	3.467				
25	0.684	0.540	1.316	1.038	2.060	2.485	2.787	3.450				
26	0.684	0.539	1.315	1.038	2.056	2.479	2.779	3.435				
27	0.684	0.538	1.314	1.038	2.052	2.473	2.771	3.421				
28	0.683	0.537	1.313	1.038	2.048	2.467	2.763	3.408				
29	0.683	0.536	1.311	1.038	2.045	2.462	2.756	3.396				
30	0.683	0.535	1.310	1.038	2.042	2.457	2.750	3.385				
40	0.681	0.533	1.303	1.038	2.021	2.423	2.704	3.307				
60	0.679	0.531	1.296	1.038	1.990	2.390	2.660	3.232				
120	0.677	0.529	1.289	1.038	1.960	2.358	2.617	3.160				
∞	0.674	0.528	1.282	1.038	1.960	2.326	2.576	3.090				

Note: The smaller probability shown at the head of each column is the area in one tail; the larger probability is the area in both tails.
 Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed., Table 12, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of Biometrika.

TABLE 13. AREAS UNDER THE STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION

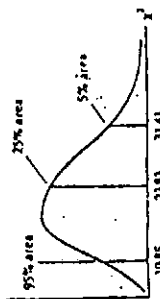


Example
 $\Pr(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$
 $\Pr(Z \geq 1.96) = 0.025 - 0.4750 = 0.025$

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4908	.4911	.4914	.4916	.4918
2.4	.4919	.4921	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Note: This table gives the area in the right-hand tail of the distribution (i.e., $Z \geq 0$). But since the normal distribution is symmetrical about $Z = 0$, the area in the left-hand tail is the same as the area in the corresponding right-hand tail. For example, $\Pr(-1.96 \leq Z \leq 0) = 0.4750$. Therefore, $\Pr(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 2(0.4750) = 0.95$.

TABLE 694 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION



Example

$P(\chi^2 > 10.85) = 0.95$

$P(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for d.f. = 20

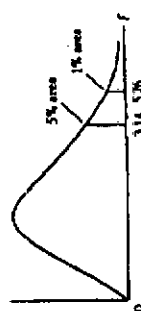
$P(\chi^2 > 31.41) = 0.05$

Degrees of Freedom	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	392.704 × 10 ⁻¹⁰	157088 × 10 ⁻⁸	982069 × 10 ⁻⁹	1026	.0158	.1015	4.549	13233	2.7855	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	.0001	.0001	.0506	.1026	.5844	.5754	1.3853	2.7726	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966
3	.0011	.0011	.0844	.1026	.5844	1.3578	2.3660	4.1064	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	.0044	.0044	.1117	.1026	.5844	1.8228	3.3567	5.3853	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	.0117	.0117	.1417	1.1455	1.6103	1.8228	4.3515	6.6257	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	.0275	.0275	.1821	1.2373	1.6354	1.8228	4.3515	6.6257	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
7	.0583	.0583	1.8899	1.674	2.0331	4.2549	6.3458	9.0372	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6463	2.1797	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441	10.2168	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.6988	8.3428	11.3867	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.1559	2.5382	3.2470	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.6032	3.0835	3.8158	4.5748	5.5778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.0738	3.5766	4.4038	5.2250	6.3038	8.4384	11.3403	14.8454	18.5484	21.0281	23.2067	26.2170	28.2995
13	3.5650	4.1063	5.0087	5.8919	7.0415	9.2991	12.3398	15.9838	19.8119	22.3621	24.7256	27.6883	29.8194
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7855	10.1653	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.6009	5.2294	6.2621	7.2809	8.5468	11.0365	14.3389	18.2458	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.9122	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.0852	12.7919	16.3381	20.4867	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.2648	7.0149	8.2308	9.3905	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9684	28.6693	31.5264	34.8053	37.1564
19	6.8440	7.6327	8.9066	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.4339	8.2804	9.5908	10.8508	12.4420	15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.0337	8.9672	10.2829	11.5913	13.2356	16.3444	20.3372	24.9048	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0390	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.2604	10.1957	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.8862	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9796	45.5583
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3308	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8459	15.3791	17.2919	20.8404	25.3364	30.4304	35.3631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	12.4613	13.5649	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2182	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776	29.3360	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	28.0905	33.6903	39.3354	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.5686	42.9421	49.3349	56.3136	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1679	46.4569	52.2838	59.3347	68.9811	74.3970	79.0819	83.2976	88.3784	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7578	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344	77.5768	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2812	80.6247	89.3342	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.239
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3561	80.1332	99.3341	109.14	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

*For d.f. greater than 100 the expression $\sqrt{2d.f.} - \sqrt{2(d.f. - 1)}$ = Z follows the standardized normal distribution, where Z represents the degrees of freedom.

Source: Abridged from E. S. Pearson, "O. Haffley, eds., Biometrika Tables for Statisticians, vol. 1, 3rd ed., Table 8, Cambridge University Press, New York, 1966.

TABLE 10 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION



Example
 $\Pr(F > 1.59) = 0.25$
 $\Pr(F > 2.42) = 0.10$ for $d.f. N_1 = 10$
 and $N_2 = 7$
 $\Pr(F > 3.14) = 0.05$
 $\Pr(F > 5.26) = 0.01$

d.f. for denominator N_2	d.f. for numerator N_1																			d.f. for denominator N_2							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60		100	120	200	500	∞		
1	25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41	9.45	9.50	9.55	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	25
2	10	35.90	49.50	53.60	55.80	57.20	58.20	59.00	59.40	59.90	60.20	60.50	60.70	61.20	61.70	62.00	62.30	62.50	62.90	63.20	63.30	63.40	63.50	63.60	63.70	63.80	10
3	05	181.00	200.00	216.00	225.00	230.00	234.00	238.00	241.00	243.00	244.00	244.00	246.00	248.00	249.00	250.00	250.00	251.00	252.00	252.00	253.00	253.00	253.00	254.00	254.00	254.00	05
4	01	25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	3.48	3.48	25
5	05	18.50	19.00	19.20	19.30	19.30	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	05
6	01	96.50	99.00	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	01
7	25	2.02	2.28	2.36	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	25
8	10	5.54	5.46	5.28	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.20	5.18	5.18	5.18	5.18	5.18	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	10
9	05	10.10	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.78	8.78	8.74	8.68	8.64	8.62	8.58	8.58	8.57	8.55	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	05
10	01	34.10	30.50	29.50	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	27.10	26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.40	26.30	26.20	26.20	26.20	26.20	26.10	26.10	01
11	25	1.81	2.00	2.05	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	25
12	10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.77	3.77	3.76	3.76	3.76	10
13	05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.65	5.64	5.64	5.64	5.63	05
14	01	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.20	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.40	14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.70	13.70	13.60	13.60	13.50	13.50	13.50	01
15	25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	25
16	10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	3.10	10
17	05	6.81	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	4.36	05
18	01	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	10.08	9.99	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.10	9.10	9.08	9.04	9.02	9.02	01
19	25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	25
20	10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	2.72	10
21	05	5.99	5.14	4.78	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.08	4.03	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	3.67	05
22	01	13.70	10.90	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	6.88	01
23	25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68	1.66	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	25
24	10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.89	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.63	2.59	2.56	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.48	2.47	10
25	05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51	3.44	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.25	3.24	3.23	3.23	3.23	3.23	05
26	01	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	5.65	01
27	25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	25
28	10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	2.29	10
29	05	5.32	4.48	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.96	2.94	2.93	2.93	05
30	01	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	4.86	01
31	25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	25
32	10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.34	2.30	2.28	2.26	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.17	2.16	10
33	05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	2.71	05
34	01	10.60	8.02	6.99	6.42	6.04	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.38	4.33	4.31	4.31	01

Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds. *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed., Table 10, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of Biometrika.

TABLE 900 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for denominator N ₂	d.f. for numerator N ₁																d.f. for denominator N ₂									
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24		30	40	50	60	100	200	500	∞	Pr
10	.25	1.49	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.53	1.52	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05
	.01	10.00	7.58	6.53	5.89	5.44	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.66	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.93	3.91	.01
	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	11
	.10	3.23	2.68	2.56	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.48	2.45	2.43	2.42	2.40	.05
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.48	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60	.01
	.25	1.46	1.56	1.55	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	12
	.10	3.16	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10
	.05	4.75	3.86	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.18	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01
	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.29	2.25	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.22	2.21	2.21	.05
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.98	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01
	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.48	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	.25	14
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.06	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01
	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36	1.36	.25	15
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.08	2.04	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.42	2.35	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01
	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	.25	16
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05
	.01	8.53	6.21	5.29	4.77	4.44	4.20	4.02	3.88	3.78	3.69	3.62	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01
	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	17
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.78	1.76	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10
	.05	4.45	3.59	3.20	2.98	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01
	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.32	1.32	1.32	.25	18
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10
	.05	4.41	3.55	3.15	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01
	.25	1.41	1.49	1.48	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	.25	19
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10
	.05	4.39	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.78	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01
	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.29	.25	20
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01

TABLE 7 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F-DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for denominator M_2	d.f. for numerator M_1																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	200	500	∞		
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25
.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.84	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10
.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.19	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05
.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.16	3.06	2.96	2.86	2.69	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.38	2.33	2.31	.01
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25
.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.78	1.75	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.56	1.57	1.56	1.54	.10
.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.11	2.03	1.96	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.80	1.77	1.75	1.73	.05
.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.08	3.00	2.89	2.74	2.65	2.56	2.49	2.44	2.40	2.30	2.31	2.27	2.24	2.21	.01
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.25	1.25	.25
.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.88	1.86	1.86	1.84	1.84	1.81	1.79	1.74	1.69	1.65	1.61	1.59	1.55	1.55	1.54	1.53	1.51	.10
.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.16	2.15	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.78	1.77	1.73	1.73	1.71	1.69	1.67	.05
.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.18	2.19	2.15	2.09	2.04	.01
28	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	1.23	.25
.10	2.86	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	.10
.05	4.17	3.32	2.92	2.68	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.06	2.01	1.90	1.84	1.81	1.76	1.74	1.70	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05
.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.96	2.91	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.13	2.07	2.03	2.01	.01
30	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.28	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.20	1.19	1.18	.25
.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.49	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10
.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.06	2.04	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05
.01	7.31	5.16	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.65	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.94	1.87	1.83	1.80	.01
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25
.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.60	1.54	1.51	1.46	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10
.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05
.01	7.08	4.96	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.75	1.68	1.63	1.60	.01
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.14	1.14	1.13	1.12	1.11	.25
.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60	1.55	1.46	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10
.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05
.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.56	1.48	1.42	1.38	.01
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.11	1.11	1.09	1.08	1.06	.25
.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57	1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10
.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.91	1.86	1.84	1.80	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.18	.05
.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.13	1.87	1.89	1.79	1.69	1.63	1.59	1.46	1.44	1.39	1.33	1.28	.01
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25
.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10
.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.86	1.83	1.79	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05
.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.16	2.04	1.86	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.34	1.25	1.15	1.00	.01

