This question paper contains **16+3** printed pages]

Your Roll No. .....

7080

B.A. (Hons.)/III

D

ECONOMICS—Paper 15

(Topics in Microeconomics)

(Admissions of 2005 and onwards)

Time : 2 *Hours* *Maximum Marks* : 38

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :— इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी **या** हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt *All* questions

सभी प्रश्नों को कीजिए ।

Throughout the question paper, "actions" and "pure strategies" are used interchangeably, as are "normal form game" and "strategic game".

प्रश्न-पत्र में आद्योपांत "क्रियाओं" और "अविकल्पी युक्तियों" को अंतर्बदल रूप में प्रयुक्त किया गया है और इसी प्रकार "प्रसामान्य रूप खेल" और "युक्तिपूर्ण खेल" को।

P.T.O.

1. (*a*) Find all Nash equilibria (in pure and mixed strategies) of the following two-person game : 7

	L	C	R
T	1, 1	0, 4	2, 2
M	2, 4	2, 1	1, 2
B	1, 0	0, 1	0, 2

(*b*) Two candidates A and B compete in an election. There are five voters, of whom two support A and three support B. Each voter has to decide whether to vote for the candidate she supports, or to abstain. If a voter decides to vote, then her pay-offs are $2 - c$, $1 - c$ and $-c$, if her preferred candidate wins, ties or loses respectively (where $0 < c < 1$). Her pay-offs are 2, 1 and 0 for the above outcomes if she abstains. Show that there is a mixed strategy

Nash equilibrium in which each supporter of A votes with probability p, and two of the supporters of B vote with certainty while the other one abstains. 7

(क) निम्न खेल के सारे शुद्ध और मिश्रित युक्ति नैश संतुलनों को ज्ञात कीजिये :

	L	C	R
T	1, 1	0, 4	2, 2
M	2, 4	2, 1	1, 2
B	1, 0	0, 1	0, 2

(ख) एक चुनाव में दो उम्मीदवार A और B हैं । 5 मतदाताओं में दो A के समर्थक हैं और तीन B के । हर मतदाता को निर्णय लेना है कि वह अपनी पसंद के उम्मीदवार को मत दे या चुनाव से बाहर रहे । अगर वह मत देता है जो उसका मूल्यांकन जीत, बराबरी और हार के लिए

क्रमशः $2-c$, $1-c$ और $-c$ है $(0 < c < 1)$। अगर उसने मत न दिया हो, तो इन स्थितियों के लिए उसका मूल्यांकन 2, 1 और 0 है । दिखाइये कि एक ऐसा मिश्रित युक्ति नैश संतुलन है जिसमें A के समर्थक संभावना p के साथ मत देते हैं, B के दो समर्थक निश्चित रूप से मत देते हैं, जबकि B के बाकी दो समर्थक मतदान से बाहर रहते हैं ।

Or

(अथवा)

(*a*) Find all Nash equilibria (in pure and mixed strategies) of the following two-person game : 7

	L	C	R
T	2, –1	4, 2	2, 0
M	3, 3	0, 0	1, 1
B	1, 2	2, 8	5, 1

(*b*) Each of 2 neighbouring countries (1 and 2) has one unit of a productive resource. Each chooses how much of the resource to use for making butter for consumption, and how much to use for making guns to wage war. If country i devotes x_i of the resource to making butter ($0 < x_i < 1$), the total (combined) output of butter of the countries is $f(x_1, x_2) \geq 0$. The function f is continuous, strictly increasing in each argument and such that $f(0, 0) = 0$. Obviously, if country i uses x_i on producing butter, it devotes $1 - x_i$ to making guns. Of the total output $f(x_1, x_2)$ of butter, it then obtains a fraction θ_i, where :

$$\theta_i = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 - x_i > 1 - x_j \\ \frac{1}{2} & \text{if } 1 - x_i = 1 - x_j \\ 0 & \text{if } 1 - x_i < 1 - x_j \end{cases}$$

Each country cares only about the amount of butter it obtains, and prefers more butter to less. What will the countries do in a Nash equilibrium ? Could the countries both be better off if they come to any agreement, and could such an agreement be sustained in the absence of an international enforcing authority ? 4+3

(क) निम्न खेल के सारे शुद्ध और मिश्रित युक्ति नैश संतुलनों को ज्ञात कीजिये :

	L	C	R
T	2, –1	4, 2	2, 0
M	3, 3	0, 0	1, 1
B	1, 2	2, 8	5, 1

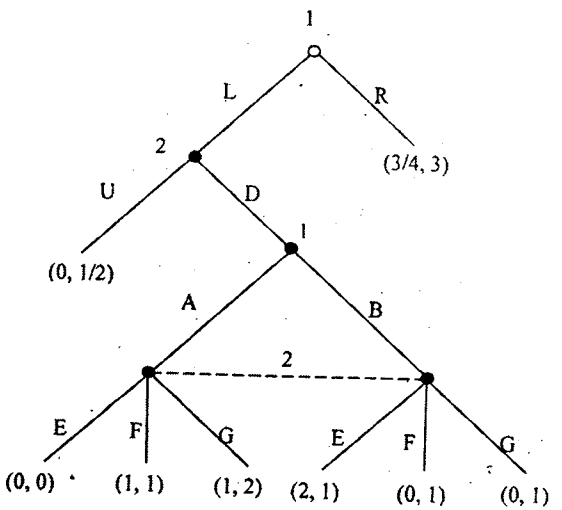
(ख) दोनो पड़ोसी देशों (1 और 2) के पास एक इकाई उत्पादक सम्पदा है । हर देश यह निर्णय लेता है कि अपनी सम्पदा में से वह कितना मक्खन और कितने तोप बनाए । अगर देश i सम्पदा में से x_i $(0 < x_i < 1)$ मक्खन बनाने में खर्च करता है, तो दोनों देशों का कुल मक्खन उत्पादन होगा $f(x_1, x_2) \geq 0$ । f अखण्ड x_1 or x_2 में बढ़ने वाला है और $f(0, 0) = 0$ है । देश जो मक्खन के लिए x_i खर्च करता है, वह तोप बनाने में $1 - x_i$ दे पाता है । कुल उत्पाद $f(x_1, x_2)$ का वह अंश θ_i अर्जित करता है । θ_i परिभाषित इस प्रकार से है :

$$\theta_i = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 - x_i > 1 - x_j \\ \frac{1}{2} & \text{if } 1 - x_i = 1 - x_j \\ 0 & \text{if } 1 - x_i < 1 - x_j \end{cases}$$

हर देश केवल मक्खन से ही उपयोगिता पाता है और इसे ज्यादा से ज्यादा पाना चाहता है । नैश संतुलन में दोनों देश कितनी-कितनी सम्पदा मक्खन में लगाते हैं? क्या

दोनों देश किसी समझौते के तहत इससे बेहतर पा सकते हैं ? क्या यह समझौता बिना किसी अन्तर्राष्ट्रीय बाधक संस्था चल पायेगा ?

2. (*a*) Consider the following extensive form game, in which a simultaneous move game is played after the history (L, D) :



(*i*) Find all Nash equilibria for the subgame after the history (L, D). 4

(*ii*) Find the subgame perfect equilibria for the whole game. 2

(*iii*) For any Nash equilibrium that is not subgame perfect, explain why it is not so. 2

(*b*) Consider a two player game with payoff matrix :

	L	R
X	3, θ	0, 0
Y	2, 2 θ	2, θ
Z	0, 0	3, –θ

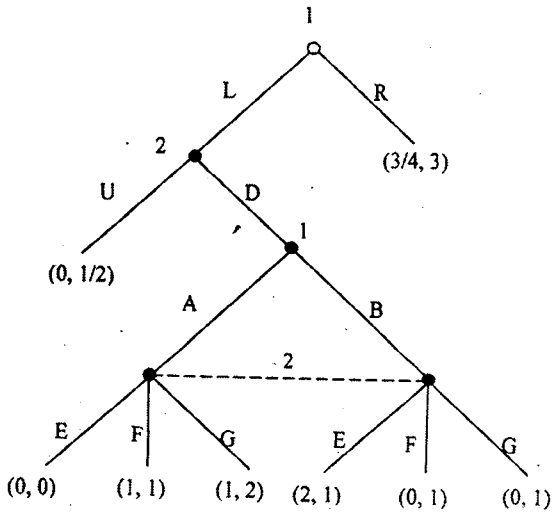
θ is a parameter that can assume the value + 1 or the value – 1. The value is known to player 2. Player 1 believes that θ = + 1 with probability ½, and θ = –1 with probability ½.

(*i*) What would be the Nash equilibria in each case if both players know the value of θ ? 2

(*ii*) What is the Bayesian Nash equilibrium if only player 2 knowns his type ? 6

P.T.O.

(क) नीचे दिये गये विस्तृत रूप खेल में इतिहास (L, D) के बाद दोनों खिलाड़ी साथ चलते हैं :



(*i*) इतिहास (L, D) के बाद के उपखेल के सभी नैश संतुलन ज्ञात कीजिये ।

(*ii*) खेल के उपखेल पूर्ण संतुलनों को ज्ञात कीजिये।

(*iii*) किसी एक नैश संतुलन, जो कि उपखेल पूर्ण संतुलन नहीं है, के बारे में बताइये कि ऐसा क्यों है ?

(ख) नीचे दिये खेल पर विचार कीजिये :

	L	R
X	3, θ	0, 0
Y	2, 2 θ	2, θ
Z	0, 0	3, –θ

θ का मान 1 या – 1 हो सकता है । मान खिलाड़ी 2 को तो पता है, पर पहला खिलाड़ी मानता है कि θ का मान 1 है, इसकी संभावना आधी है; बाकी आधी संभावना में θ का मान – 1 है ।

(*i*) अगर दोनों को θ का मान पता हा, ता अलग-अलग मान के लिए नैश संतुलन क्या होंगे ?

(*ii*) अगर केवल खिलाड़ी 2 को अपने प्रकार के बारे में पता हो, तो बेज़ीय नैश संतुलन क्या होगा ?

Or

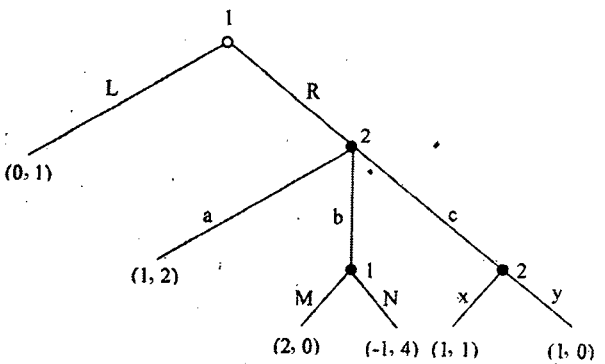
(अथवा)

(*a*) For the following extensive form game :

(*i*) Find the normal form representation and all Nash equilibria. 4

(*ii*) Find a subgame perfect equilibrium. 2

(*iii*) For any one of the Nash equilibria which is not subgame perfect, explain why it is not subgame perfect. 2



(*b*) Consider the infinitely repeated Prisoner's Dilemma game in which at each stage players 1 and 2 play the following game

	C	D
C	4, 4	0, 6
D	6, 0	1, 1

Both players discount future payoffs, and both have the same discount factor $\delta (0 < \delta < 1)$:

(*i*) Show that the strategy pair in which each player uses the grim trigger strategy is a Nash equilibrium for a suitable range of values of δ. 4

(*ii*) Show that it is, however, not a subgame perfect equilibrium for any value of δ. 4

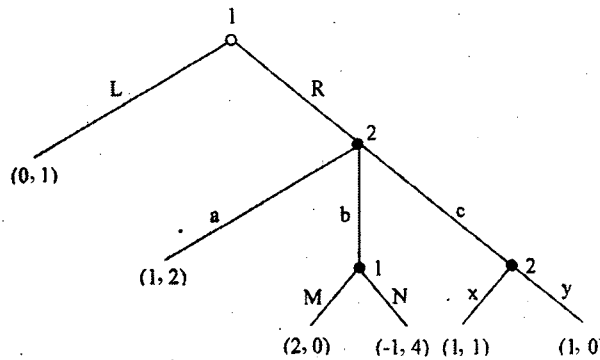
P.T.O.

(क) निम्न विस्तृत रूप खेल के लिए :

(*i*) सामान्य रूप खेल वर्णित कीजिए और नैश संतुलन दिखाइये ।

(*ii*) एक उपखेल पूर्ण संतुलन ज्ञात कीजिये ।

(*iii*) किसी नैश संतुलन के लिए दर्शाइये कि यह δ के किसी भी मान के लिए उपखेल पूर्ण संतुलन नहीं है ।



(ख) अनंत बार चलने वाले बंदी-दुविधा इस खेल जिसमें खिलाड़ी 1 तथा 2 हैं, प्रकार से है :

	C	D
C	4, 4	0, 6
D	6, 0	1, 1

दोनों खिलाड़ी भविष्य के उपयोगिता में घटक $\delta(0 < \delta < 1)$ से कटौती करते हैं :

(*i*) दिखाइये कि δ के उपयुक्त मान के लिए युक्तियों का जोड़ा जिसमें दोनों निराशापूर्ण घोड़े वाले युक्ति (Grim trigger strategy) एक नैश संतुलन है ।

(*ii*) दिखाइये कि उपर्युक्त युक्ति जोड़ा δ के किसी मान के लिए उपखेल पूर्ण संतुलन नहीं है ।

3. Consider a two-stage game on which Firm 1 chooses capacity K_1 first. Firm 2 believes 1 to be producing at full capacity output, and then decides whether to enter, incurring a cost E, or stay away. If it enters, it produces the output K_2. Decisions are based on the profit functions given below :

$$\pi_1 = K_1 (1 - K_1 - K_2)$$

$$\pi_2 = \begin{cases} K_2(1 - K_1 - K_2) - E & \text{if Firm 2 enters} \\ 0 & \text{if it stays away} \end{cases}$$

(*a*) Find the values of E which will deter the entry of Firm 2 if Firm 1 chooses the monopoly capacity level. 3

(*b*) Find the value of E which would make Firm 1 indifferent between choosing entry deterring capacity and simply accommodating entry. 5

दो चरणों के खेल में पहले फर्म 1 क्षमता K_1 चुनती है । फर्म 2 का विश्वास है कि 1 पूर्णक्षमता पर उत्पादन करेगी। फर्म 2 निर्णय लेती कि वह लागत E के साथ उत्पादन करे $(K_2 > 0)$ या बाहर रहे । निर्णय निम्न मुनाफा संबंधों पर निर्भर है :

$$\pi_1 = K_1 (1 - K_1 - K_2)$$

$$\pi_2 = \begin{cases} K_2(1 - K_1 - K_2) - E & \text{अगर प्रवेश करे} \\ 0 & \text{2 प्रवेश न करे} \end{cases}$$

(क) E के किन मानों के लिए फर्म 1 का एकाधिकारिक स्तर पर उत्पादन फर्म 2 को अन्दर आने को रोक देगा ?

(ख) E के किन मानों के लिये फर्म 1 प्रवेश रोकने वाली क्षमता के निर्माण और प्रवेश होने देने में अन्तर नहीं पाता ?

Or

(अथवा)

Consider the Cournot duopoly model with cost functions $C_i = q_i$ and inverse market demand function :

$$P(Q) = \begin{cases} 10 - Q & \text{if } Q \leq 10 \\ 0 & \text{if } Q > 10 \end{cases}$$

where $Q = q_1 + q_2$.

(*a*) Suppose each firm has only two possible actions : it must choose either half the monopoly (collusive) quantity q_m of the Cournot equilibrium output q_c. No other quantities are feasible. The firms choose outputs simultaneously. Obtain $q_m/2$ and q_c, and the corresponding payoffs, and determine the Nash equilibrium of this game. Comment on the equilibrium. 5

(*b*) Now suppose each firm can choose either $q_m/2$ or q_c or a third quantity q^*. Find a value of q^* such that neither firm has a strictly dominated strategy and (q_c, q_c) is the unique Nash equilibrium. 3

विचार करें एक कूर्नो द्वयधिकारिक मॉडल पर जिसमें लागत $C_i = q_i$ हो और उल्टी माँग संबंध हो :

$$P(Q) = \begin{cases} 10 - Q & \text{if } Q \leq 10 \\ 0 & \text{if } Q > 10 \end{cases}$$

जहाँ $Q = q_1 + q_2$ ।

(क) अगर दोनों फर्मों के पास दो ही चाल हों : या तो वे आधी-आधी एकाधिकारिक उत्पादन q_m सांठ-गांठ से करें या कूर्नो संतुलन उत्पादन q_c करें : और कोई उत्पादन संभव नहीं । $q_m/2$ और q_c के मान ज्ञात कीजिए और इनसे हुए लाभों को भी । इस खेल के नैश संतुलन को निर्धारित कीजिए । इस संतुलन पर टीका दीजिए ।

(ख) मान लें कि अब फर्म $q_m/2$, q_c के अलावा कोई q^* भी चुन सकती है । q^* का एक ऐसा मान बताइये कि (q_c, q_c) एकमात्र नैश संतुलन हो और किसी भी फर्म की कोई भी चाल पूर्णरूप से वर्चस्वित न हो ।