

[This question paper contains 22 printed pages.]

Sr. No. of Question Paper : 7061 D Your Roll No.....

Unique Paper Code : 227605

Name of the Course : **B.A. (Honours) Economics**

Name of the Paper : Applied Econometrics

Semester / Annual : VI Semester

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. The question paper consists of **seven** questions. Answer any **five** questions.
3. Use of simple non programmable calculator is allowed
4. Statistical tables are attached for your reference.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. प्रश्न-पत्र में कुल सात प्रश्न हैं । किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।
3. साधारण अप्रोग्रामनीय कैलकुलेटर का प्रयोग किया जा सकता है ।
4. आपके सन्दर्भ हेतु सांख्यिकीय सारणियाँ संलग्न हैं ।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

1. State whether the following statements are true or false. Give reasons for your answer.

(a) In the adaptive expectations model :

$$\text{Cov}(v_t, v_{t-1}) = 0$$

- (b) We cannot include variables such as a city's distance from a river as explanatory variables in fixed effects within group estimation using panel data.
- (c) In the Hausman test, rejecting the null hypothesis H_0 , means the error components model is preferred to fixed effects estimator.
- (d) If there are 10 candidate regressors and a researcher data-mines and selects 5 regressors, then the true level of significance, α^* , is three times the nominal level of significance, α .
- (e) In the linear regression model in matrix notation : $y = X\beta + u$, we cannot obtain the vector of estimated coefficients, $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$, if there is perfect collinearity among the X's. (3×5=15)

बताइए की निम्नलिखित वाक्य सही है या गलत । अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए ।

(क) एडेण्टिव उपेक्षित मॉडल में :

$$\text{Cov}(v_t, v_{t-1}) = 0$$

- (ख) पैनल डेटा का उपयोग करते हुए, समूह आकलन के भीतर तय प्रभाव में व्याख्यात्मक चर के रूप में एक नदी से एक शहर की दूरी जैसे चर को हम शामिल नहीं कर सकते ।
- (ग) हॉसमन परीक्षण में, नल परिकल्पना H_0 को खारिज करने का अर्थ है, कि त्रुटि घटकों मॉडल को तय प्रभाव एस्टिमेटर से पसंद किया जाता है ।
- (घ) यदि यहाँ 10 प्रत्याशी रिग्रेसर तथा एक शोधकर्ता डेटा माईनस व 5 रिग्रेसरों का चयन करता है, तो महत्व का वास्तविक स्तर α^* , महत्व के सांकेतिक स्तर ' α ' से तीन गुना होगा ।
- (ङ) एक रेखीय प्रतिगमन मॉडल में एक मैट्रिक्स नोटेशन : $y = X\beta + u$, हम अनुमानित गुणकों $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$ के वेक्टर प्राप्त नहीं कर सकते, यदि X's के बीच पूर्ण समरेखिकता होती है ।

2. (a) Consider the regression model $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$ where $i = 1, 2, \dots, n$. Assume the u_i satisfy the classical OLS assumptions.

(i) Write the regression model in matrix notation clearly defining all matrices.

(ii) Using matrix algebra calculate $\hat{\beta}$ and $\text{var-cov}(\hat{\beta})$, if Y , X_2 and X_3 take values given by the vectors : $Y = (3, -3, 1, -1)$, $X_2 = (1, 0, -1, 0)$ and $X_3 = (1, 0, 1, -2)$.

(iii) Write down R^2 using matrix notation and find its value. (8)

(b) In the regression model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$, let Z be an instrumental variable (IV) for X .

(i) State and explain the conditions that should be satisfied for Z to be an IV.

(ii) Now assume the u_i satisfy the usual OLS assumptions including $\text{cov}(X_i, u_i) = 0$. What are the consequences for statistical inference regarding β_1 of using IV estimation rather than OLS in this case ? (7)

(क) एक प्रतिगमन मॉडल $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$ पर विचार करें। जहाँ $i = 1, 2, \dots, n$ मानिए की u_i क्लासिकल OLS की मान्यताओं को सन्तुष्ट करता है।

(i) सभी मैट्रिक्स को स्पष्ट रूप से परिभाषित करते हुए, मैट्रिक्स संकेतन में प्रतिगमन मॉडल को लिखिए।

(ii) मैट्रिक्स बीजगणित का उपयोग करके $\hat{\beta}$ व $\text{var-cov}(\hat{\beta})$ की गणना करें, यदि Y , X_2 व X_3 वेक्टरों : $Y = (3, -3, 1, -1)$, $X_2 = (1, 0, -1, 0)$ व $X_3 = (1, 0, 1, -2)$ द्वारा दिए हुए मूल्य लेते हैं।

(iii) मैट्रिक्स नोटेशन का उपयोग करते हुए R^2 को लिखिए तथा इसका मूल्य ज्ञात करें।

(ख) प्रतिगमन मॉडल $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ में, मान लीजिए की X के लिए Z एक वाद्य चर है।

(i) Z के एक IV बने रहने के लिए सन्तुष्ट कि जाने वाली सभी शर्तों को बताइए तथा व्याख्या करें।

(ii) अब मानिए की u_i $\text{cov}(X_i, u_i) = 0$ सहित सभी सामान्य OLS मान्यताओं को सन्तुष्ट करता है। इस मामले में OLS की बजाए, β के IV अनुमान का उपयोग करने में सांख्यिकी निष्कर्ष के लिए क्या परिणाम रहे हैं ?

3. (a) Using panel data the fixed effects regression model is :

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \text{ where } i = 1, 2, \dots, N \text{ and } t = 1, 2, \dots, T.$$

Suppose that the idiosyncratic errors u_{it} have zero mean, constant variance σ_u^2 and there is no autocorrelation across cross section and time series units. Show that first differencing induces negative serial correlation of a certain value between adjacent differences Δu_{it} and Δu_{it+1} and find this value. (7)

(b) To study the rate of growth of population in a certain country over the period 1970-1995, the following model was estimated; (t- ratios are given in brackets)

$$\text{Model 1 : } \ln(\widehat{\text{Pop}})_t = 4.73 + 0.024t$$

$$t = (781.25) (54.71)$$

$$\text{Model 2 : } \ln(\widehat{\text{Pop}})_t = 4.77 + 0.015t - 0.075D_1 + 0.011D_1 t$$

$$t = (2477.92) (34.01) (-17.03) (25.54)$$

where Pop = population in millions, t = trend variable, and $D_1 = 1$ for observations beginning in 1978 and zero before 1978 and \ln stands for natural logarithm.

(i) In model 1, what is the rate of growth of population over the sample period ?

(ii) Are the population growth rates statistically different pre- and post-1978? Explain. If they are different, what are the growth rates for 1970-77 and 1978-1995?

(iii) Suppose you were to test whether the population growth rates for three time periods, namely 1970-77, 1978-86 and 1987-95 are statistically different. How would you rewrite the model above? Write down the regression model and explain how it could be used for this purpose. (8)

(क) पैनल डेटा का उपयोग करते हुए स्थायी प्रभाव प्रतिगमन मॉडल यह है :

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \text{ जहाँ } i = 1, 2, \dots, N \text{ तथा } t = 1, 2, \dots, T.$$

मान लीजिए की विशेष स्वभाव त्रुटियों u_{it} का माध्य शून्य, स्थायी विचरण σ_u^2 तथा समय श्रृंखला व क्रॉस सेक्शन इकाईयों में स्वतः सह-सम्बन्ध नहीं है। दर्शाइए की प्रथम विभिन्नता, Δu_{it} व $\Delta u_{i,t+1}$ के संलग्न भिन्नता के बीच एक निश्चित मूल्य के ऋणात्मक स्वतः सह-सम्बन्ध को प्रेरित करता है तथा इस मूल्य को ज्ञात करें।

(ख) एक निश्चित देश में 1970-1995 की समय अवधि पर जनसंख्या की संवृद्धि की दर का अध्ययन करने के लिए, निम्नलिखित मॉडल को अनुमानित किया गया : (t- अनुपात बेरेकिट में दिये गए हैं)

$$\text{मॉडल 1 : } \ln(\widehat{\text{Pop}})_t = 4.73 + 0.024t$$

$$t = (781.25) (54.71)$$

$$\text{मॉडल 2 : } \ln(\widehat{\text{Pop}})_t = 4.77 + 0.015t - 0.075D_t + 0.011D_t t$$

$$t = (2477.92) (34.01) (-17.03) (25.54)$$

जहाँ Pop = जनसंख्या लाखों में, t = ट्रेन्ड चर तथा $D_t = 1$ 1978 में आरम्भ होने वाली अवलोकनों के लिए व शून्य 1978 से पहले के लिए तथा ln का अर्थ प्राकृतिक लॉगरिदम है।

(i) मॉडल 1 में सेम्पल समय अवधि पर जनसंख्या की वृद्धि की दर क्या है ?

- (ii) क्या 1978 से पूर्व व बाद में जनसंख्या वृद्धि दरें सांख्यिकीय रूप से भिन्न हैं ? समझाइए ।
यदि यह भिन्न है, तो 1970-77 व 1978-1995 के लिए वृद्धि दर क्या है ?
- (iii) मान लीजिए की आप को यह परीक्षण करना है की तीन समय अवधियों के नमत: 1970-77, 1978-86 व 1987-95 के लिए जनसंख्या वृद्धि दरें सांख्यिकीय रूप से भिन्न हैं । आप ऊपर दिए गए मॉडल को पुनः कैसे लिखेंगे ? प्रतिगमन मॉडल लिखिए और समझाइए इसे इस उद्देश्य के लिए कैसे उपयोग किया जाए ।

4. (a) Consider a simple regression model to estimate the effects of personal computer (PC) ownership on college grade point average(GPA) for final year students at a university :

$$GPA_i = \beta_0 + \beta_1 PC_i + u_i$$

where PC_i is a binary variable indicating PC ownership.

- (i) Explain why PC ownership may be correlated with u_i ?
- (ii) Explain why PC is likely to be related to parent's annual income. Does this mean that parental income is a good IV for PC ? Why or why not ?
- (iii) Suppose that, two years ago, the university gave grants to buy computers to half of the incoming students, and the students who received the grants were randomly chosen. Explain how you would use this information to construct an instrumental variable for PC. (7)

- (b) Consider the distributed lag (DL) model :

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

- (i) What a priori restrictions are imposed on the β coefficients in the Koyck model ?
- (ii) Describe the Koyck transformation to show how the DL model can be transformed to an estimable model.

- (iii) If u_i satisfy the standard OLS assumptions, **state and derive** the features of the transformed disturbance term v_i . What are the implications for OLS estimation ? (8)

- (क) एक विश्वविद्यालय के अंतिम वर्ष के छात्रों के लिए ग्रेड पॉइंट औसत (GPA) पर पर्सनल कम्प्यूटर (PC) के स्वामित्व के प्रभाव को अनुमानित करने के लिए सरल प्रतिगमन मॉडल पर विचार करें :

$$GPA_i = \beta_0 + \beta_1 PC_i + u_i$$

जहाँ PC_i एक द्वियर है जो PC के स्वामित्व को अंकित करता है ।

- (i) समझाइए क्यों PC का स्वामित्व, u_i से सह-सम्बन्धित हो सकता है ?
- (ii) समझाइए क्यों PC के माता-पिता की वार्षिक आय से सम्बन्धित होने की संभावना है । क्या इसका यह अर्थ है की माता-पिता की आय PC के लिए एक अच्छा IV है ? क्यों या क्यों नहीं ?
- (iii) मान लीजिए की दो साल पहले विश्वविद्यालय के आधे आगामी छात्रों को कम्प्यूटर का क्रय करने के लिए ग्रांट दी तथा जिन छात्रों को ग्रांट प्राप्त हुई उन्हें बेतरबीब ढंग से चुना गया । समझाइए कैसे आप PC के लिए एक सहायक चर का निर्माण करने में इस सूचना का उपयोग करेंगे ।
- (ख) डिस्ट्रिब्युटिड लैग (DL) मॉडल पर विचार करें :

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

- (i) कॉयक मॉडल में β गुणक पर क्या प्राथमिकता प्रतिबन्ध लगाए गए ?
- (ii) DL मॉडल को एक अनुमान योग्य मॉडल में रूपान्तरित कैसे किया जाता है, को दर्शाने के लिए, कॉयक रूपान्तरण मॉडल की व्याख्या करें ।
- (iii) यदि u_t मानक OLS मान्यताओं को सन्तुष्ट करता है, तो रूपान्तरित उपद्रव चर v_t की विशेषताओं को व्यूत्पन्न करें तथा बताइए OLS अनुमान के लिए भावार्थ क्या होंगे ?

5. (a) Consider the regression model : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i$ where $x_i = X_i - \bar{X}$ and $i = 1, 2, \dots, n$ and assume the CLRM assumptions are satisfied.

(i) Write the model using matrix notation, clearly defining all matrices.

(ii) Derive the $\hat{\beta}$ vector and the var-cov($\hat{\beta}$) matrix.

(iii) Discuss the unbiasedness properties of $\hat{\beta}$. (7)

(b) The regression model postulated is :

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

where Y_t^* is the desired or long-run business expenditure for new plant and equipment, X_t is sales and t represents time. Using the stock adjustment model, and data on fixed plant and equipment in manufacturing and sales for the period 1970-1991, the following results were obtained :

Dependent variable: Y_t				
Method: Least Squares				
Observations 1971-1991 (T = 21)				
	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-15.1040	4.72945	-3.194	0.0050 ***
X_t	0.629273	0.0978191	6.433	4.70e-06 ***
$Y_t (-1)$	0.271676	0.114858	2.365	0.0294 **
Mean dependent var.	109.2167	S.D. dependent var		51.78550
Sum squared resid.	690.5208	S.E. of regression		6.193728
R-squared	0.987125	Adjusted R-squared		0.985695
F(2, 18)	690.0561	P-value(F)		9.72e-18
Log-likelihood	-66.47341	Akaike criterion		138.9468
Schwarz criterion	142.0804	Hannan-Quinn		139.6269
Rho	0.229740	Durbin-Watson		1.518595

(i) Show how the stock adjustment model's hypothesis regarding Y_t^* has been used to transform the model into an autoregressive model. Write down the transformed model and outline its features.

- (ii) What is the estimated coefficient of adjustment ? Explain what it means.
- (iii) Write down the estimated long- and short- run demand functions for expenditure on new plant and equipment. (8)

(क) प्रतिगमन मॉडल : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i$ पर विचार करें। जहाँ $x_i = X_i - \bar{X}$ तथा $i = 1, 2, \dots, n$ और मानिए की CLRM मान्यताएँ सन्तुष्ट हो रही हैं।

- (i) मैट्रिक्स नोटेशन का उपयोग करके मॉडल लिखें, जो सभी मैट्रिक्स को स्पष्ट रूप से परिभाषित करता है।
- (ii) $\hat{\beta}$ वेक्टर तथा $\text{var-cov}(\hat{\beta})$ मैट्रिक्स को व्युत्पन्न करें।
- (iii) $\hat{\beta}$ की निष्पक्षता विशेषताओं की चर्चा करें।

(ख) बनाया गया प्रतिगमन मॉडल निम्न है :

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

जहाँ Y_t^* नए प्लांट व उपकरणों के लिए वांछित या दीर्घावधि व्यापार व्यय है, X_t बिक्री है तथा t समय को दर्शाता है। स्टॉक समायोजन मॉडल, विनिर्माण में स्थायी प्लांट व उपकरणों पर डेटा तथा समयावधि 1970-1991 के लिए बिक्री का उपयोग करके, निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए हैं :

Dependent variable: Y_t				
Method: Least Squares				
Observations 1971-1991 (T = 21)				
	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-15.1040	4.72945	-3.194	0.0050 ***
X_t	0.629273	0.0978191	6.433	4.70e-06 ***
$Y_t (-1)$	0.271676	0.114858	2.365	0.0294 **
Mean dependent var.	109.2167	S.D. dependent var		51.78550
Sum squared resid.	690.5208	S.E. of regression		6.193728
R-squared	0.987125	Adjusted R-squared		0.985695
F(2, 18)	690.0561	P-value(F)		9.72e-18
Log-likelihood	-66.47341	Akaike criterion		138.9468
Schwarz criterion	142.0804	Hannan-Quinn		139.6269
Rho	0.229740	Durbin-Watson		1.518595

- (i) दर्शाइए कैसे Y_t^* के संदर्भ में स्टॉक समायोजन मॉडल की परिकल्पनाओं को दिए गए मॉडल को एक ऑटो प्रतिगामी मॉडल में रूपान्तरित करने के लिए उपयोग किया गया है। रूपान्तरित मॉडल लिखें तथा इसकी विशेषताओं का प्रारूप बताइए।
- (ii) समायोजन का अनुमानित गुणक क्या है? समझाइए इसका क्या अर्थ है?
- (iii) नए प्लांट व उपकरणों पर व्यय के लिए, अनुमानित दीर्घकालीन व अल्पकालीन मांग फलनों को लिखिए।

6. (a) Consider the following regression results for a model of consumer's expenditure on food using quarterly data from 1985(Q1) to 1994(Q2).

$$\widehat{\ln\text{Cons}}_t = 2.717238 + 0.414366 \ln \text{Disp}_t$$

$$t = (4.712091) \quad (3.281340)$$

$$R^2 = 0.230230$$

where

$\ln\text{Const}_t =$

logarithm of a consumer's expenditure on food in million Rs at constant 1992 prices and

$\ln\text{Disp}_t =$ logarithm of disposable income in million Rs at constant 1992 prices

To check for model misspecification, Ramsey's RESET test was used and the following results were obtained using $\widehat{\ln\text{Cons}}_t^2$ as an additional regressor.

$$\widehat{\ln\text{Cons}}_t = -204.0133 - 204.4012 \ln\text{Disp}_t + 53.74842 \widehat{\ln\text{Cons}}_t^2$$

$$t = (-4.602369) \quad (-4.654470) \quad (4.663918)$$

$$R^2 = 0.525270$$

- (i) Describe the Ramsey RESET test procedure for model misspecification.
- (ii) What are your conclusions regarding model misspecification on the basis of the test? (9)
- (b) (i) Explain why a proxy variable for an omitted variable cannot be a good instrumental variable.

(ii) The Granger causality test is a test of precedence rather than a test of causality. Do you agree ? Explain. (6)

(क) 1985(Q1) से 1994(Q2) से तीमाही डेटा का उपयोग करके, खाद्य पर उपभोक्ता के व्यय के एक मॉडल के लिए निम्नलिखित प्रतिगमन परिणामों पर विचार करें :

$$\widehat{\ln\text{Cons}_t} = 2.717238 + 0.414366 \ln \text{Disp}_t$$

$$t = (4.712091) \quad (3.281340)$$

$$R^2 = 0.230230$$

जहाँ $\ln\text{Cons}_t = 1992$ की स्थिर कीमतों पर लाखों रुपयों में खाद्य पर उपभोक्ता के व्यय का लॉगरिदम है । तथा $\ln\text{Disp}_t = 1992$ की स्थिर कीमतों पर लाखों रुपयों में प्रोज्य आय का लॉगरिदम है ।

मॉडल के गलत विशेष विवरण की जाँच करने के लिए, रामसेय के RESET परिक्षण का उपयोग किया गया तथा $\widehat{\ln\text{Cons}_t}^2$ को एक अतिरिक्त रिग्रेसर के रूप में उपयोग करके निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए हैं ।

$$\widehat{\ln\text{Cons}_t} = -204.0133 - 204.4012 \ln \text{Disp}_t + 53.74842 \widehat{\ln\text{Cons}_t}^2$$

$$t = (-4.602369) \quad (-4.654470) \quad (4.663918)$$

$$R^2 = 0.525270$$

- (i) मॉडल के गलत विशेष विवरण के लिए रामसेय के RESET परिक्षण प्रक्रिया की व्याख्या करें ।
- (ii) परिक्षण के आधार पर मॉडल के गलत विशेष विवरण के संदर्भ में आपके क्या निष्कर्ष हैं ?
- (ख) (i) समझाइए क्यों एक प्रॉक्सी चर, लुप्त चर के लिए एक अच्छा सहायक चर नहीं हो सकता ।
- (ii) ग्रेन्जर कॉजेलिटि परिक्षण, एक कॉजेलिटि परिक्षण की बजाय एक अधिमान का परीक्षण है । क्या आप सहमत हैं ? समझाइए ।

7. (a) Assume that the true population regression equation is :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

Assume further that the assumptions of the CLRM are satisfied but we are unable to observe the actual values of Y . The observed values of Y^* differ from the actual values as follows :

$$Y_i^* = Y_i + \varepsilon_i$$

where ε_i denotes the measurement error in Y_i . The model estimated is therefore

$$Y_i^* = (\beta_1 + \beta_2 X_i + u_i) + \varepsilon_i$$

Show that the estimated slope coefficient is an unbiased estimator of the true β_2 . What is the effect of measurement errors in the dependent variable on $\text{var}(\widehat{\beta}_2)$? State the necessary assumptions clearly. (6)

- (b) (i) Why is fixed effects least squares dummy variable (FELSDV) model better than pooled OLS when using panel data? Compare the two methods of estimation.
- (ii) Based on hourly compensation rate in manufacturing in US dollars, Y (in per cent) and the civilian unemployment rate, X (index, 1992=100) for Canada, the United Kingdom and the United States for the period 1980-2006 the model postulated is :

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + u_{it}$$

Table 1 gives the pooled regression results and Table 2 gives the results using fixed effects least squares dummy variable method (FELSDV). Table 2 also gives the results of the test for differing cross section intercepts. *Describe the test and the conclusions from it regarding pooled and FELSDV models for the panel data in this exercise.*

Table 1

Model 1: Pooled OLS, using 81 observations				
Included 3 cross-sectional units				
Time-series length = 27				
Dependent variable: comp				
	Coefficient	Std. Error	t-ratio	p-value
Const	184.441	10.3233	17.87	1.78e-029 ***
Un	-11.6030	1.32775	-8.739	3.15e-013 ***
Mean dependent var	97.56173	S.D. dependent var	34.87909	
Sum squared resid	49486.39	S.E. of regression	25.02818	
R-squared	0.491530	Adjusted R-squared	0.485093	
F(1, 79)	76.36796	P-value(F)	3.15e-13	
Log-likelihood	-374.7417	Akaike criterion	753.4834	
Schwarz criterion	758.2723	Hannan-Quinn	755.4047	
rho	0.840386	Durbin-Watson	0.268755	

Table 2

Model 2: Fixed-effects, using 81 observations				
Included 3 cross-sectional units				
Time-series length = 27				
Dependent variable: comp				
	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	193.868	11.3930	17.02	8.27e-028 ***
un	-12.8621	1.47651	-8.711	4.32e-013 ***
Mean dependent var	97.56173	S.D. dependent var	34.87909	
Sum squared resid	47245.91	S.E. of regression	24.77061	
R-squared	0.514551	Adjusted R-squared	0.495637	
F(3, 77)	27.20529	P-value(F)	4.23e-12	
Log-likelihood	-372.8652	Akaike criterion	753.7305	
Schwarz criterion	763.3083	Hannan-Quinn	757.5732	
rho	0.792163	Durbin-Watson	0.326033	
Test for differing group intercepts -				
Null hypothesis: The groups have a common intercept				
Test statistic: $F(2, 77) = 1.82574$				
with p-value = $P(F(2, 77) > 1.82574) = 0.168004$				

(क) मानिए की वास्तविक जनसंख्या प्रतिगमन समीकरण निम्नलिखित है :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

और यह भी मानिए की CLRM की मान्यताएँ सन्तुष्ट हुई है, परन्तु हम Y के वास्तविक मूल्य को देखने में असमर्थ हैं। Y^* को देखे गए मूल्य, वास्तविक मूल्यों से निम्नलिखित प्रकार से भिन्न है :

$$Y_i^* = Y_i + \varepsilon_i$$

जहाँ ε_i , Y_i में मापन त्रुटि को अंकित करता है, इसलिए अनुमानित मॉडल निम्न है :

$$Y_i^* = (\beta_1 + \beta_2 X_i + u_i) + \varepsilon_i$$

दर्शाइए की अनुमानित ढलान गुणक, वास्तविक β_2 का एक निष्पक्ष अनुमान है, $\text{var}(\hat{\beta}_2)$ पर निर्भर चर में माप त्रुटियों का क्या प्रभाव है ? अनिवार्य मान्यताओं को स्पष्ट रूप से बताइए।

(ख) (i) जब पैनल डेटा का उपयोग करते हैं, तो क्यों स्थिर प्रभाव लिस्ट स्कैयर डमी चर (FELSDV) मॉडल, एक पुल्लड OLS से अधिक बेहतर है ? अनुमान की दोनों विधियों की तुलना करें।

(ii) समयावधि 1980-2006 के लिए यूनाईटेड स्टेट्स, यूनाईटेड किंगडम तथा कॅनाडा के लिए सिविलियन बेरोज़गारी दर, X (सूचकांक 1992 = 100) विनिर्माण में प्रति घंटा क्षति पूर्ति US डॉलर में के आधार पर बनाया गया मॉडल निम्न है :

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + u_{it}$$

तालिका-1 पुल्लड प्रतिगमन परिणामों को दर्शाती है तथा तालिका-2 स्थिर प्रभाव लिस्ट स्कैयर डमी चर (FELSDV) मॉडल का उपयोग करके परिणाम दर्शाती है। तालिका-2 विभिन्न क्रॉस सेक्शन इंटरसेप्ट्स के लिए परिक्षण के परिणामों को भी दर्शाती है। इस अभ्यास में पैनल डेटा के लिए पुल्लड व FELSDV मॉडलों के संदर्भ में इस से प्राप्त निष्कर्ष तथा परीक्षण की व्याख्या करें।

Table 1

Model 1: Pooled OLS, using 81 observations				
Included 3 cross-sectional units				
Time-series length = 27				
Dependent variable: comp				
	Coefficient	Std. Error	t-ratio	p-value
Const	184.441	10.3233	17.87	1.78e-029 ***
Un	-11.6030	1.32775	-8.739	3.15e-013 ***
Mean dependent var	97.56173	S.D. dependent var	34.87909	
Sum squared resid	49486.39	S.E. of regression	25.02818	
R-squared	0.491530	Adjusted R-squared	0.485093	
F(1, 79)	76.36796	P-value(F)	3.15e-13	
Log-likelihood	-374.7417	Akaike criterion	753.4834	
Schwarz criterion	758.2723	Hannan-Quinn	755.4047	
rho	0.840386	Durbin-Watson	0.268755	

Table 2

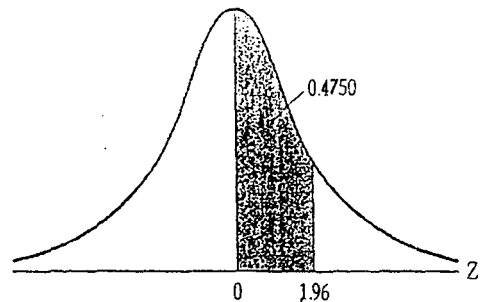
Model 2: Fixed-effects, using 81 observations				
Included 3 cross-sectional units				
Time-series length = 27				
Dependent variable: comp				
	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	193.868	11.3930	17.02	8.27e-028 ***
un	-12.8621	1.47651	-8.711	4.32e-013 ***
Mean dependent var	97.56173	S.D. dependent var	34.87909	
Sum squared resid	47245.91	S.E. of regression	24.77061	
R-squared	0.514551	Adjusted R-squared	0.495637	
F(3, 77)	27.20529	P-value(F)	4.23e-12	
Log-likelihood	-372.8652	Akaike criterion	753.7305	
Schwarz criterion	763.3083	Hannan-Quinn	757.5732	
rho	0.792163	Durbin-Watson	0.326033	
Test for differing group intercepts -				
Null hypothesis: The groups have a common intercept				
Test statistic: $F(2, 77) = 1.82574$				
with p-value = $P(F(2, 77) > 1.82574) = 0.168004$				

AREAS UNDER THE STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$\Pr(Z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4454	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

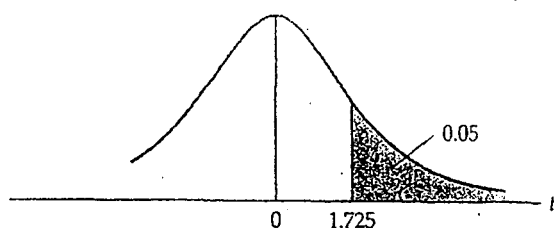
PERCENTAGE POINTS OF THE t DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(t > 2.086) = 0.025$$

$$\Pr(t > 1.725) = 0.05 \quad \text{for d.f.} = 20$$

$$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$$



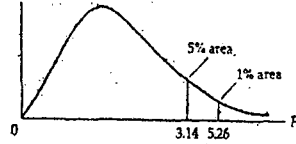
Pr d.f.	0.25 0.50	0.10 0.20	0.05 0.10	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.010	0.001 0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION

Example

$\Pr(F > 1.59) = 0.25$
 $\Pr(F > 2.42) = 0.10$
 $\Pr(F > 3.14) = 0.05$
 $\Pr(F > 5.26) = 0.01$

for d.f. $N_1 = 10$
 and $N_2 = 9$



d.f. for denominator N_2	Pr	d.f. for numerator N_1												d.f. for numerator N_1												Pr	d.f. for denominator N_2
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞		
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	25	1
	.10	39.90	49.50	53.60	55.80	57.20	58.20	58.90	59.40	59.90	60.20	60.50	60.70	61.20	61.70	62.00	62.30	62.50	62.70	62.80	63.00	63.10	63.20	63.30	63.30	.10	
	.05	161.00	200.00	218.00	225.00	230.00	234.00	237.00	239.00	241.00	242.00	243.00	244.00	248.00	249.00	250.00	251.00	252.00	252.00	253.00	253.00	254.00	254.00	254.00	254.00	.05	
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	25	2
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	
	.05	18.50	19.00	19.20	19.20	19.30	19.30	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	.05	
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	25	3
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.26	5.24	5.23	5.22	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10	
	.05	10.10	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	25	4
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.18	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.88	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	25	5
	.10	4.08	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
6	.25	1.62	1.78	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	25	6
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	25	7
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.63	2.60	2.57	2.55	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.48	2.47	.10	
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	25	8
	.10	3.48	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.46	2.42	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	2.28	.10	
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.56	1.56	1.55	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	25	9
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	
	.05	5.12	4.28	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
	.01	10.60	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	4.98	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	

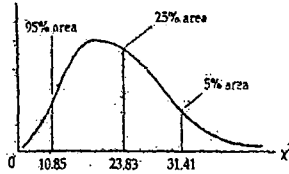
UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for denominator N_2	d.f. for numerator N_1																								d.f. for denominator N_2			
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500		∞	Pr	
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.29	1.29	.25	22
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.08	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	1.57	.10	
	.01	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	1.75	.05	
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	24
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	1.53	.10	
	.01	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	1.73	.05	
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	26
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.95	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	1.50	.10	
	.01	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	1.69	.05	
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	.25	28
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	1.48	.10	
	.01	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	1.65	.05	
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	1.23	.25	30
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.46	.10	
	.01	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	1.62	.05	
40	.25	1.38	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.28	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	1.19	.25	40
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71	1.69	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	1.38	.10	
	.01	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	1.51	.05	
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	1.15	.25	60
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	1.29	.10	
	.01	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.55	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	1.39	.05	
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.10	.25	120
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	1.19	.10	
	.01	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	1.25	.05	
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25	1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	1.06	.25	200
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57	1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	1.14	.10	
	.01	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	1.19	.05	
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	1.00	.25	∞
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	1.00	.10	
	.01	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	1.00	.05	
	.01	6.63	4.51	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	1.00	.01	

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION:

Example

$\Pr(\chi^2 > 10.85) = 0.95$
 $\Pr(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for d.f. = 20
 $\Pr(\chi^2 > 31.41) = 0.05$



Degrees of Freedom \ Pr	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	392704×10^{-10}	157088×10^{-9}	982069×10^{-9}	393214×10^{-8}	.0158	.1015	.4549	1.3233	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	.0100	.0201	.0506	.1028	.2107	.5754	1.3863	2.7728	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966
3	.0717	.1148	.2158	.3518	.5844	1.2125	2.3660	4.1084	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	.2070	.2971	.4844	.7107	1.0836	1.9226	3.3567	5.3853	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	.4117	.5543	.8312	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515	6.6257	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	.6757	.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481	7.8408	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	.9893	1.2390	1.6899	2.1874	2.8331	4.2549	6.3458	9.0372	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	5.0708	7.3441	10.2188	13.3615	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428	11.3987	14.6837	16.9190	19.0228	21.6680	23.5893
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.6032	3.0535	3.8158	4.5748	5.5778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	8.4384	11.3403	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.5650	4.1069	5.0087	5.8919	7.0415	9.2991	12.3398	15.9839	19.8119	22.3621	24.7356	27.5623	29.8194
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5708	7.7895	10.1653	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.6009	5.2294	6.2621	7.2809	8.5468	11.0365	14.3389	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9618	9.3122	11.9122	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.6972	6.4078	7.5842	8.6718	10.0852	12.7919	16.3381	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7195
18	6.2648	7.0149	8.2308	9.3905	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
19	6.8440	7.6327	8.9068	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.4339	8.2804	9.5909	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9969
21	8.0337	8.9972	10.2829	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.2604	10.1957	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369	27.1413	32.0059	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.8882	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367	28.2412	33.1953	36.4151	39.3641	42.9795	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434	25.3364	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9530	49.6449
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5079	52.3256
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4928	20.5992	24.4776	29.3360	34.7998	40.2500	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603	39.3354	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	42.9421	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	52.2938	59.3347	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	89.3794	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247	89.3342	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100*	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332	99.3341	109.141	118.49	124.342	129.561	135.807	140.169

