This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No. ......................

# 9592

## B.Com. (Hons.)/II B

### BUSINESS MATHS – Paper XI

### (Admissions of 2004 and onwards)

**Time : 3 Hours** **Maximum Marks : 75**

*(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)*

**Note :** (i) The maximum marks printed on the question paper are applicable for the candidates registered with the School of Open Learning. These marks will, however, be scaled down proportionately in respect of the students of regular colleges, at the time of posting of awards for compilation of result.

(ii) Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

**टिप्पणी :** (i) प्रश्न-पत्र पर अंकित पूर्णांक 'स्कूल ऑफ ओपन लर्निंग' में प्रवेश-प्राप्त छात्रों के लिए मान्य हैं । नियमित विद्यार्थियों के लिए इन अंकों का समानुपातिक पुनर्निर्धारण परीक्षाफल तैयार करते समय किया जाएगा ।

(ii) इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी **या** हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

Attempt **all** questions. Logarithmic tables and graph papers will be supplied on demand.
Use of simple calculator is allowed.

**सभी** प्रश्न कीजिए । लॉगेरिदम टेबल तथा ग्राफ पेपर माँगने पर दिया जाएगा । साधारण कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति है ।

1. (a) A tyre dealer expects to sell 6000 tyres during the year with sales occurring at a relatively constant rate. The annual holding cost is ₹ 8 per tyre, and the contract with the wholesaler calls for a flat fee ₹ 60 per order regardless of size. How many times of per year and in what lot size should the dealer reorder to minimize the total annual inventory cost ? Use calculus. **6**

**OR**

A monopolist has the demand function $p = 45 - 5x$ and cost function $C = 5x$. If a tax of 't' per unit is imposed, find the output and price that correspond to the maximum profit. Find the tax rate that maximizes the tax revenue. **6**

(b) A production function is given by $\theta = AL^{\frac{1}{3}} K^{\frac{1}{3}}$

(i) Find the behaviour of marginal product of each factor.

(ii) What is the nature of returns to scale ?

(iii) Show that the total product is not exhausted if each factor is paid a price equal to its marginal product. 6

**OR**

A firm produces two items $X_1$ and $X_2$. The market prices are given by $p_1 = 100 - 2x_1$ and $p_2 = 125 - 3x_2$. The cost of production is $12x_1 + 11x_2 + 4x_1x_2$, for producing $x_1$ and $x_2$ units of products $X_1$ and $X_2$ respectively. How many items of each should be produced to have maximum joint profit ? 6

(c) A company developed a very efficient type of machinery. This new machinery can be delivered in town X at a price of ₹ 45,000. The rate of cost savings is observed to be given by the function $f(t) = 5{,}000\,t\ ;\ 0 \le t \le 5$, where t represents year and f(t) the rate of rupee savings. How many years of normal operations are required for the machinery to pay for itself ? 6

**OR**

If the supply function for a particular commodity is $p = 10(x + 3)^2$ and the market price is ₹ 360, find the equilibrium quantity and producer's surplus. 6

(d) If the supply curve of a good is related to its price by the law $x = a\sqrt{p - b} + c$, $(p > b)$ where a, b and c are positive constants. Show, by using calculus, that the supply curve is upwards sloping and concave downward. 6

**OR**

After tuning up 50 cars, a company determines that its production facility is following a learning curve of the form $f(x) = 1000\ x^{-1}$. How many total labour hours are required to produce an additional 50 cars ? 6

1. (क) टायरों का एक डीलर एक वर्ष के दौरान 6000 टायरों को बेचने की आशा करता है यदि बिक्री सापेक्षत: स्थिर दर पर हो । टायरों को अपने पास रखने की लागत ₹ 8 प्रति टायर है और होलसेलर से संविदा पर ₹ 60 प्रति आदेश सपाट दर के आधार पर लिया जाना है चाहे आदेश का आधार कुछ भी हो । डीलर को हर-वर्ष कितना बड़ा आदेश देना चाहिए ताकि उसकी कुल वार्षिक माल लागत न्यूनतम हो ? कैल्कुलस का प्रयोग कीजिए ।

**अथवा**

एक एकाधिकारवादी का माँग फलन $p = 45 - 5x$ है और लागत-फलन $C = 5x$ । यदि 't' प्रति यूनिट कर लगाया जाए तो अधिकतम लाभ के अनुरूप उत्पादन और कीमत ज्ञात कीजिए । कर-राजस्व को अधिकतम करने वाली कर-दर ज्ञात कीजिए ।

(ख) उत्पादन फलन इससे प्राप्त होता है : $\theta = AL^{\frac{1}{3}} K^{\frac{1}{3}}$

(i) प्रत्येक कारक के सीमांत-उत्पाद का व्यवहार ज्ञात कीजिये ।

(ii) मापनी आधार पर प्रतिफल का स्वरूप क्या है ?

(iii) प्रदर्शित कीजिए कि कुल उत्पाद खत्म नहीं होता है यदि प्रत्येक कारक की कीमत उसके सीमांत उत्पाद के बराबर दी जाए ।

अथवा

एक फर्म $X_1$ और $X_2$ दो वस्तुएँ पैदा करती है । सीमांत कीमतें इससे प्राप्त होती हैं - लागत $p_1 = 100 - 2x_1$ और $p_2 = 125 - 3x_2$ । $X_1$ और $X_2$ उत्पादों की क्रमशः $x_1$ और $x_2$ यूनिटों को बनाने की उत्पादन लागत $12x_1 + 11x_2 + 4x_1x_2$ । प्रत्येक की कितनी वस्तुएँ पैदा की जाए ताकि अधिकतम संयुक्त लाभ मिल सके ?

(ग) एक कंपनी ने बहुत ही दक्ष किस्म की मशीन विकसित की है । नई मशीन X कस्बे में ₹ 45,000 मूल्य पर दी जा सकती है । लागत बचतों की दर फलन $f(t) = 5{,}000\,t\ ;\ 0 \le t \le 5$ से प्राप्त होती है जिसमें t वर्ष को और f(t) रुपयों की बचत दर को निरूपित करते हैं । सामान्य प्रचालन कितने वर्ष किया जाए जिससे मशीन स्वयं की कीमत प्राप्त कर सके ।

अथवा

यदि किसी वस्तु का पूर्ति फलन $p = 10(x + 3)^2$ और बाज़ार कीमत ₹ 360 हो, तो संतुलन मात्रा और उत्पादक-अधिशेष ज्ञात कीजिए ।

(घ) यदि किसी वस्तु का पूर्ति वक्र उसकी कीमत से $x = a\sqrt{p - b} + c, (p > b)$ द्वारा संबंधित है जिसमें a, b और c धनात्मक स्थिरांक हैं, तो कैल्कुलस का प्रयोग करके प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ति वक्र ऊपर की ओर ढलवाँ और नीचे की ओर अवतल होगा ।

**अथवा**

50 कारों की ट्यूनिंग करने के बाद एक कंपनी यह निर्धारित करती है कि उसकी उत्पादन-सुविधा $f(x) = 1000\ x^{-1}$ किस्म के अधिगम-वक्र का अनुसरण करती है । अतिरिक्त 50 कारों को तैयार करने के लिए कुल कितने श्रम-घंटों की आवश्यकता है ?

2. (a) What do you understand by (i) infeasibility and (ii) unbounded solution ? How would you identify each one of these in graphic solution to linear programming problems ? Draw a rough sketch for each one. 5

**OR**

Find the dual of the following linear programming problem :

Maximise $Z = 7x_1 + 8x_2 + 6x_3$

Subject to $x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 8$

$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \le 12$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$ 5

(b) XYZ Chemical Corporation must produce exactly 1,000 kg of a special mixture of chemical A and chemical B for a customer. Chemical A costs ₹ 50 per kg and chemical B costs ₹ 60 per kg. No more than 300 kg of chemical A can be used and at least 150 kg of chemical B must be used. Using simplex method, determine the least cost blend of the two ingredients. **9**

**OR**

Given below is the simplex table for a maximization type of linear programming problem :

| $C_j \rightarrow$ | 10 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Basic variable** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | **Quantity** |
| $x_2$ | 0 | 1 | $\frac{5}{6}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{-1}{6}$ | 0 | $\frac{200}{3}$ |
| $x_1$ | 1 | 0 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{-2}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | 0 | $\frac{100}{3}$ |
| $s_3$ | 0 | 0 | 4 | –2 | 0 | 1 | 100 |

Answer the following questions with reasons :

(i) Does the table above gives an optimal solution ?

(ii) Is this solution feasible ?

(iii) Does the problem have alternative optimal solutions ?

(iv) Is this solution degenerate ?

(v) Write the optimal product mix and the profit contribution shown by the above solution.

(vi) Indicate the shadow prices of the three resources.

(vii) If the company wishes to expand the production capacity, which of the three resources should be given priority ?

(viii) If a customer is prepared to pay higher price for $x_3$, how much should the price be increased so that the company's profit remains unchanged ?

(ix) Write down the objective function of above problem. 9

2. (क) निम्नलिखित से आप क्या समझते हैं :

(i) असंभाव्यता और (ii) अनबंधित हल ? इनमें से प्रत्येक को ग्राफीय हलों में रैखिक प्रोग्रामिंग समस्याओं के रूप में कैसे पहचानेंगे ? प्रत्येक के लिए एक कच्चा चित्र खींचिए ।

**अथवा**

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का द्वैध ज्ञात कीजिए :

Maximise $Z = 7x_1 + 8x_2 + 6x_3$

Subject to $x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 8$

$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 12$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(b) XYZ रासायनिक निगम को एक ग्राहक के लिए रसायन A और रसायन B के एक विशेष मिश्रण का यथार्थत: 1000 किग्रा तैयार करना है । रसायन A की लागत ₹ 50 प्रति किग्रा और रसायन B की लागत ₹ 60 प्रति किग्रा है । अधिक से अधिक 300 किग्रा रसायन A को और कम से कम 150 किग्रा रसायन B को प्रयोग में लेना चाहिए । सिम्प्लेक्स विधि का प्रयोग करके इन दो घटक तत्त्वों का न्यूनतम लागत मिश्रण ज्ञात कीजिए ।

**अथवा**

नीचे एक सिम्प्लेक्स तालिका दी गई है जो कि रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या की अधिकतमीकरण किस्म के लिए हैं :

| $C_i \rightarrow$ | 10 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| आधारी चर | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | मात्रा |
| $x_2$ | 0 | 1 | $\frac{5}{6}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{-1}{6}$ | 0 | $\frac{200}{3}$ |
| $x_1$ | 1 | 0 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{-2}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | 0 | $\frac{100}{3}$ |
| $s_3$ | 0 | 0 | 4 | –2 | 0 | 1 | 100 |

कारण देते हुए निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

(i) क्या उपर्युक्त तालिका इष्टतम हल प्रदान करती है ?

(ii) क्या यह हल संभव है ?

(iii) क्या इस समस्या का वैकल्पिक इष्टतम हल है ?

(iv) क्या यह हल ह्रासित है ?

(v) इष्टतम उत्पाद मिश्र और लाभ में योगदान बताइए जो कि उपर्युक्त हल से प्रदर्शित होता है ।

(vi) तीनों संसाधनों की कल्पित कीमतें बताइए ।

(vii) यदि कंपनी उत्पादन क्षमता को बढ़ाना चाहती है तो हम तीनों संसाधनों में से किसे अधिमान्यता दी जानी चाहिए ?

(viii) यदि कोई ग्राहक $x_3$ के लिए उच्चतर कीमत देने को तैयार है तो कीमत को कितना बढ़ाया जाना चाहिए जिससे कि कंपनी के लाभ में कोई परिवर्तन न हो ?

(ix) उपर्युक्त समस्या का वस्तुनिष्ठ फलन लिखिए ।

3. (a) X, Y and Z went to a market and purchased same type of products but in different quantities. X purchased 5 spoons, 7 bowls and 3 plates. Y purchased the three things in equal quantities aggregating to 12. Z purchased 2 spoons, 7 bowls and 8 plates. If cost of each spoon, bowl and plate is ₹ 1, ₹ 2 and ₹ 3 respectively, find the total amount spent by X, Y and Z individually. **5**

(b) A country produces only two goods X and Y. The input-output coefficient matrix is :

$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.0 \end{bmatrix}$ and the primary input coefficients are [0.3 0.5] for product X and Y respectively. The final demand is 15 units for X and 10 units for Y. Test Simon-Hawkins conditions for viability. Determine the gross output and also the total primary input requirement. **6**

**OR**

(a) A company produces three products everyday. The total production on a certain day is 90 kg. It is found that the production of the first product exceeds the production of the second product by 20 kg while the total production of the first and second products is twice the production of the third. Determine the level of output of each product using matrix algebra. **5**

(b) The following table gives Technology matrix for a two sector economy :

| | **Sector I** | **Sector II** |
|---|---|---|
| Sector I | 0.5 | 0.3 |
| Sector II | 0.3 | 0.2 |
| Labour (day) | 0.5 | 0.4 |

Final demands for the two sectors are 15 and 20 respectively. Write down the input-output table for the economy. Also find the equilibrium prices if the wage rate is ₹ 50 per man-day. **6**

3. (क) X, Y और Z एक बाज़ार में गए और उन्होंने एक से उत्पादों की भिन्न मात्राएँ खरीदी । X ने 5 चम्मचे, 7 कटोरे और 3 प्लेटें खरीदी । Y ने ये तीनों चीजें समान मात्रा में खरीदी जिनका जोड़ 12 था । Z ने 2 चम्मचें, 7 कटोरे और 8 प्लेटें खरीदीं । यदि प्रत्येक चम्मच, कटोरे और प्लेट की लागत क्रमश: ₹ 1, ₹ 2 और ₹ 3 हो, तो X, Y और Z ने अलग-अलग रूप में कितनी राशि खर्च की ?

(ख) एक देश X और Y दो वस्तुएँ पैदा करता है । इनका आगत-निर्गत गुणांक मैट्रिक्स यह है :

$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.0 \end{bmatrix}$ और X तथा Y के लिए प्राथमिक आगत गुणांक क्रमश: [0.3 0.5] हैं । अंतिम माँग X की 15 यूनिटें और Y की 10 यूनिटें हैं । व्यवहार्यता के लिए सिमॉन-हॉकिन्स दशाओं का परीक्षण कीजिए । सकल उत्पादन का और साथ ही कुल प्रारंभिक आगत आवश्यकता का निर्धारण कीजिए ।

**अथवा**

(क) एक कंपनी तीन उत्पादों को हर रोज बनाती है । किसी एक दिन उसका कुल उत्पादन 90 किग्रा था । यह देखा गया कि पहले उत्पाद का उत्पादन दूसरे उत्पाद के उत्पादन से 20 किग्रा ज्यादा है, जबकि पहले और दूसरे उत्पादों का कुल उत्पादन तीसरे उत्पाद के उत्पादन से दुगना है । मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके प्रत्येक उत्पाद के उत्पादन स्तर का निर्धारण कीजिए ।

(ख) निम्नलिखित तालिका दो सैक्टर वाली अर्थव्यवस्था के लिए प्रौद्योगिकी मैट्रिक्स दर्शाती है :

| | **सेक्टर I** | **सेक्टर II** |
|---|---|---|
| सेक्टर I | 0.5 | 0.3 |
| सेक्टर II | 0.3 | 0.2 |
| श्रम (प्रतिदिन) | 0.5 | 0.4 |

दोनों सेक्टरों के लिए अंतिम माँगे क्रमश: 15 और 20 हैं । अर्थव्यवस्था के लिए आगत-निर्गत तालिका बनाइए । साथ ही संतुलन कीमतें ज्ञात कीजिए यदि मज़दूरी दर ₹ 50 प्रति मनुष्य-दिन है ।

4. The marketing manager of a company is faced with the problem of assigning 5 regional managers A, B, C, D and E to six zones I, II, III, IV, V and VI. The regional manager–zone combination is given below :

**Regional Manager**

| **Zone** ↓ | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 71 | 79 | 73 | 91 | 88 |
| II | 89 | 83 | 70 | 94 | 89 |
| III | 85 | 67 | 81 | 84 | 77 |
| IV | 80 | 74 | 82 | 89 | 87 |
| V | 76 | 72 | 76 | 81 | 67 |
| VI | 78 | 83 | 89 | 80 | 74 |

Advise the marketing manager which zone should be managed by a junior manager due to non-availability of a regional manager so that overall efficiency is maximized. **11**

**OR**

A firm has two production centres $S_1$ and $S_2$ with respective production of 200 and 100 units. It has four distribution centres $D_1$, $D_2$, $D_3$ and $D_4$ with demand of 75 units, 100 units, 100 units and 30 units respectively.

The delivery cost per unit of transportation from different production centres to different distribution centres is given below :

| Production Centres | Distribution Centres | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
| $S_1$ | 90 | 90 | 100 | 100 |
| $S_2$ | 50 | 70 | 130 | 85 |

Find the optimum solution so as to minimize the transportation cost. **11**

4. एक कंपनी के विपणन प्रबंधक के सम्मुख A, B, C, D और E पाँच क्षेत्रीय प्रबंधकों को I, II, III, IV, V और VI मंडलों के काम सौंपने की समस्या है । क्षेत्रीय प्रबंधक-मंडल संयोजन नीचे दिया गया है :

**क्षेत्रीय प्रबंधक**

| मंडल ↓ | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 71 | 79 | 73 | 91 | 88 |
| II | 89 | 83 | 70 | 94 | 89 |
| III | 85 | 67 | 81 | 84 | 77 |
| IV | 80 | 74 | 82 | 89 | 87 |
| V | 76 | 72 | 76 | 81 | 67 |
| VI | 78 | 83 | 89 | 80 | 74 |

विपणन प्रबंधक को सलाह दीजिए कि क्षेत्रीय प्रबंधक की अनुपलब्धता के कारण अवर प्रबंधक को कौन से मंडल का प्रबंध करना चाहिए ताकि दक्षता अधिकतम हो जाए ?

**अथवा**

एक फर्म के दो उत्पादन केंद्र $S_1$ और $S_2$ हैं । इनका उत्पादन क्रमश: 200 और 100 यूनिट है । इसके चार वितरण केंद्र यथा $D_1$, $D_2$, $D_3$ और $D_4$ हैं जिनकी माँग क्रमश: 75 यूनिट, 100 यूनिट, 100 यूनिट और 30 यूनिट की हैं । एक यूनिट को भिन्न उत्पादन केंद्रों से भिन्न वितरण केंद्रों को पहुँचाने का खर्चा नीचे दिया जा रहा है :

| उत्पादन केंद्र | वितरण केंद्र | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
| $S_1$ | 90 | 90 | 100 | 100 |
| $S_2$ | 50 | 70 | 130 | 85 |

इष्टतम हल ज्ञात कीजिए ताकि परिवहन लागत न्यूनतम हो जाए ।

5. (a) Mr. X purchases a house for ₹ 2,00,000. He agrees to pay for the house in 5 equal instalments at the end of each year. If the money is worth 5% per annum effective, what would be the size of each instalment ? In case X makes a down payment of ₹ 50,000, what would be size of each instalment ? 5

**OR**

A company wishes to invest ₹ 10,000 in a machine that will yield an income stream of ₹ 1,200 per year for the next 8 years. If money is worth 8% per annum effective, find whether the investment is worthwhile. 5

(b) Distinguish between the nominal and effective rate of interest. Also establish the relationship between nominal and effective rate of interest when compounded m times a year and when compounded continuously. 5

**OR**

According to the will of a man, his Life Insurance of ₹ 40,000 should be deposited in a bank soon after his death. The bank has to pay ₹ 5,000 annually to his heir and if the interest is 5% per annum compounded continuously, how many annual payments could be made ? 5

(c) A debt of ₹ 5,000 due 5 years from now and ₹ 5,000 due 10 years from now is to be repaid by a payment of ₹ 2,000 in 2 years, a payment of ₹ 4,000 in 4 years and a final payment at the end of 6 years. If the interest rate is 7% per annum compounded annually, how much is the final payment ? 5

**OR**

Find the purchase price of a ₹ 1,000 bond, redeemable at the end of 10 years at ₹ 1,100 and paying annual dividends at 4% if the yield rate is to be 5% per annum effective. 5

5. (क) मिस्टर X, ₹ 2,00,000 में एक मकान खरीदता है । वह मकान की कीमत 5 बराबर किस्तों में हर वर्ष के अंत में देने के लिए रज़ामंद हो जाता है । यदि धन 5% प्रति वर्ष की दर से बढ़ रहा हो तो प्रत्येक किस्त कितनी बड़ी होगी ? यदि X ₹ 50,000 की तत्काल अदायगी कर देता है तो प्रत्येक किस्त का आकार क्या होगा ?

**अथवा**

एक कंपनी एक मशीन में ₹ 10,000 निवेशित करना चाहती है जो मशीन अगले 8 वर्ष तक प्रति वर्ष ₹ 1,200 की आमदनी दे सकेगी । यदि इस धन पर 8% प्रति वर्ष की दर से आमदनी हो सकती है तो ज्ञात कीजिए कि क्या निवेश करना उचित है ?

(ख) नाममात्र और प्रभावी ब्याज-दर में अंतर बताइए । साथ ही नाममात्र और प्रभावी ब्याज-दर में संबंध स्थापित कीजिए जब इसका ब्याज एक वर्ष में m बार और जब सतत रूप में यौगिक किया जाता है ।

**अथवा**

एक व्यक्ति की इच्छा के अनुसार उसके जीवन बीमे के ₹ 40,000 बैंक में, उसकी मृत्यु के तत्काल बाद, जमा करा दिए जाने चाहिए थे । बैंक को उसके वारिश को ₹ 5,000 सालाना देने हैं । यदि ब्याज लगातार 5% प्रति वर्ष यौगिक की जाए तो कितनी वार्षिक अदायगियाँ की जा सकेंगी ?

(ग) अब से 5 वर्ष बाद बकाया ₹ 5,000 के ऋण को और अब से 10 वर्ष बाद बकाया ₹ 5,000 के ऋण को 2 वर्ष में ₹ 2,000, 4 वर्ष में ₹ 4,000 और 6 वर्ष की समाप्ति पर अंतिम अदायगी के रूप में वापस किया जाना है । यदि चक्रवृद्धि ब्याज दर 7% वार्षिक हो तो अंतिम अदायगी कितनी है ?

**अथवा**

₹ 1,000 के बाँड की क्रय-कीमत ज्ञात कीजिए जो बाँड ₹ 1,100 में 10 वर्ष की समाप्ति के बाद छुड़ाया जा सकता है और जो प्रति वर्ष 4% की दर से लाभांश देता है यदि उत्पादन दर 5% प्रति वर्ष प्रभावी है ।