

This question paper contains 16+8+3 printed pages]

Your Roll No.

573

B.Com. (Hons.)/II

E

BUSINESS MATHS—Paper XI

(Admissions of 2004 and onwards)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— (i) The maximum marks printed on the question paper are applicable for the candidates registered with the School of Open Learning. These marks will, however, be scaled down proportionately in respect of the students of regular colleges, at the time of posting of awards for compilation of result.

(ii) Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

टिप्पणी : (i) प्रश्न-पत्र पर अंकित पूर्णांक 'स्कूल ऑफ ओपन लर्निंग' में प्रवेश-प्राप्त छात्रों के लिये मान्य हैं । नियमित विद्यार्थियों के लिए इन अंकों का समानुपातिक पुनर्निर्धारण परीक्षाफल तैयार करते समय किया जाएगा ।

(ii) इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

Attempt All questions. Logarithmic tables and graph papers will be supplied on demand.

Use of simple calculator is allowed.

सभी प्रश्न कीजिए । लॉगरिथम टेबल तथा ग्राफ पेपर

माँगने पर दिया जाएगा । साधारण कैल्कुलेटर का

प्रयोग करने की अनुमति है ।

1. (a) Using calculus, show that the elasticity of average cost is equal to the elasticity of total cost minus one. Using this relationship, find the elasticity of average cost for the total cost function $TC(x) = 3000e^{2.5x}$ and verify.

कैलकुलस का प्रयोग करके प्रदर्शित कीजिए कि औसत लागत की बिजली, कुल बिजली की लागत में से 1 घटा कर आई राशि के बराबर है। इस संबंध का प्रयोग करके कुल लागत फलन $TC(x) = 3000e^{2.5x}$ के लिए बिजली की औसत लागत ज्ञात कीजिए और उसे सत्यापित कीजिए।

Or :

(अथवा)

Using calculus, show that the profit of a monopolist is maximum when :

(i) MR equals MC, and

(ii) Slope of MR < Slope of MC.

6

कैलकुलस का प्रयोग करके प्रदर्शित कीजिए कि एक एकाधिकारी का लाभ अधिकतम होता है जब :

(i) MR बराबर होता है MC के, और

(ii) MR का ढाल < MC का ढाल।

(b) A production function is given by :

$$Q = AL^{0.4}K^{0.4}$$

where L is labour and K is capital.

- (i) Find the behaviour of marginal product of each factor.
- (ii) What is the nature of returns to scale ?
- (iii) Show that the total product is not exhausted if each factor is paid a price equal to its marginal product.

उत्पादन फलन इससे ज्ञात होता है :

$$Q = AL^{0.4}K^{0.4}$$

जिसमें L श्रम है और K पूँजी ।

- (i) प्रत्येक कारक के सीमांत उत्पाद का व्यवहार ज्ञात कीजिए ।
- (ii) मापनी आधार पर प्रतिफल के स्वरूप को बताइए ।
- (iii) प्रदर्शित कीजिए कि कुल उत्पाद समाप्त नहीं होता यदि प्रत्येक कारक को उसके सीमांत उत्पाद के बराबर कीमत दी जाए ।

Or

(अथवा)

Find the rate of marginal rate of technical substitution and elasticity of substitution for the following production function :

$$x = f(l, k) = [\alpha k^{-\beta} + (1 - \alpha) l^{-\beta}]^{-1/\beta}$$

where x is the total output obtained by using ' l ' and ' k ' units of labour and capital respectively and α and β are positive constants. 6

तकनीकी प्रतिस्थापन की सीमांत दर और प्रतिस्थापन की लोच की दर निम्नलिखित उत्पादन फलन के लिए, बताइए :

$$x = f(l, k) = [\alpha k^{-\beta} + (1 - \alpha) l^{-\beta}]^{-1/\beta}$$

जिसमें x कुल उत्पाद है जो श्रम और पूँजी की क्रमशः ' l ' और ' k ' यूनिटों का प्रयोग करके प्राप्त किया जाता है और α तथा β धनात्मक स्थिरांक हैं ।

(c) For a monopolist, the demand function is :

$$x = \sqrt{50 - p} \text{ and } MC(x) = 1 + x^2$$

Determine the consumer surplus at the price which the monopolist will like to fix.

एकाधिकारी के लिए माँग फलन यह है :

$$x = \sqrt{50 - p} \text{ और } MC(x) = 1 + x^2$$

उस कीमत पर उपभोक्ता अधिशेष का निर्धारण कीजिए

जो कीमत एकाधिकारी तय करना चाहेगा ।

Or

(अथवा)

The purchase price of a car is ₹ 3,00,000. The rate of cost of repair is given by :

$$C = 10,000[1 - e^{-0.5t}]$$

where t represents the years of use since purchase. Find

the cumulative repair cost at the end of 5 years. 6

एक कार की क्रय कीमत ₹ 3,00,000 है । मरम्मत की लागत दर इससे ज्ञात होती है :

$$C = 10,000[1 - e^{-0.5t}]$$

जिसमें t , क्रय के समय से प्रयोग में लिए जाने वाले वर्षों को निरूपित करता है । 5 वर्ष की समाप्ति पर संचयी मरम्मत लागत ज्ञात कीजिए ।

- (d) The demand law is $P = \alpha e^{-\beta x}$ ($\alpha, \beta > 0$). Find the elasticity of demand. Evaluate the elasticity when $\alpha = 10$, $\beta = \frac{1}{2}$ and $x = 5$. Find the percentage fall in price necessary to increase the demand by 5%.

माँग कानून यह है $P = \alpha e^{-\beta x}$ ($\alpha, \beta > 0$) । माँग की लोच ज्ञात कीजिए । लोच का मूल्यांकन कीजिए जब $\alpha = 10$, $\beta = \frac{1}{2}$ और $x = 5$ । माँग को 5% बढ़ाने के लिए आवश्यक कीमत में प्रतिशत गिरावट को ज्ञात कीजिए ।

Or

(अथवा)

A monopolist charges different prices in the two markets

where his demand and cost functions are :

$$p_1 = 60 - x_1,$$

$$p_2 = 76 - 2x_2, \text{TC} = 5x_1 + 6x_2 + 2x_1x_2$$

Find the optimal quantities and prices that the monopolist should charge to maximize his profits. Also calculate the maximum profit.

6

एक एकाधिकारी दो बाजारों में भिन्न कीमत लेता है जहाँ उसकी माँग और लागत फलन ये हैं :

$$p_1 = 60 - x_1$$

$$p_2 = 76 - 2x_2, \text{TC} = 5x_1 + 6x_2 + 2x_1x_2$$

इष्टतम मात्राओं और कीमतों को ज्ञात कीजिए जिन्हें एकाधिकारी को अपने लाभों को अधिकतमीकृत करने के लिए लेना चाहिए ।

2. (a) A knitting machine can produce 1,000 trousers or 3,000 shirts (or a combination of the two) each day. The finishing department can handle either 1,500 trousers or 2,000 shirts (or a combination of the two) each day. The marketing department requires that at least 400 trousers be produced each day. The company's objective is profit maximization. If the profit from a trouser is ₹ 40 and that from a shirt is ₹ 15, how many of each should be produced each day ? Solve graphically.

बुनाई की एक मशीन 1,000 पैंटें अथवा 3,000 कमीजें प्रति-दिन तैयार कर सकती है (अथवा दोनों का संकलन) । परिष्करण विभाग या तो 1,500 पैंटों या 2,000 कमीजों को (अथवा दोनों के संकलन को) प्रतिदिन परिष्कृत कर सकता है । विपणन विभाग को जरूरत है कि कम से कम 400 पैंटें प्रतिदिन तैयार हों । कंपनी का उद्देश्य लाभ को अधिकतमीकृत करना है । यदि पैंट से लाभ ₹ 40 और कमीज से ₹ 15 हो, तो प्रत्येक की कितनी यूनिटें प्रतिदिन तैयार की जानी चाहिए ? ग्राफीय रूप में समाधान कीजिए ।

Or

(अथवा)

A city hospital has the following minimal requirement of nurses :

Period	Clock Time (24-hour Day)	Minimal Number of Nurses Required
1	6 am—10 am	12
2	10 am—2 pm	17
3	2 pm—6 pm	24
4	6 pm—10 pm	14
5	10 pm—2 am	18
6	2 am—6 am	10

Nurses report to the hospital at the beginning of each period and work for 8 consecutive hours. The hospital wants to determine the minimum number of nurses to be employed so that there will be sufficient number of nurses available for each period. Formulate this as a linear programming problem by setting up appropriate constraints and objective function.

एक सिटी अस्पताल को नर्सों की निम्नलिखित न्यूनतम आवश्यकता है :

अवधि	घड़ी का समय (24 घंटे का दिन)	नर्सों की न्यूनतम आवश्यक संख्या
1	प्रातः 6 से प्रातः 10	12
2	प्रातः 10 से दोपहर 2	17
3	दोपहर 2 से सायं 6	24
4	सायं 6 से रात 10	14
5	रात 10 से प्रातः 2	18
6	प्रातः 2 से प्रातः 6	10

प्रत्येक अवधि के आरंभ में नर्सों अस्पताल में रिपोर्ट करती हैं और लगातार 8 घंटे काम करती हैं । अस्पताल, नर्सों की न्यूनतम संख्या निर्धारित करना चाहता है जिन्हें सेवा पर रखे ताकि प्रत्येक अवधि के लिए नर्सों की पर्याप्त संख्या उपलब्ध हो जाए । इसे एक रेखिक प्रोग्राम के रूप में, उपयुक्त प्रतिबंधों और वस्तुपरक कार्य की व्यवस्था द्वारा सूत्रबद्ध कीजिए ।

(b) Given the following linear programming problem :

$$\text{Minimize } Z = 96x_1 + 40x_2 + 60x_3$$

Subject to

$$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(i) Write the dual to this problem.

(ii) Solve the dual problem.

(iii) Obtain the optimal solution to the primal problem.

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या दी गई है :

$$\text{Minimize } Z = 96x_1 + 40x_2 + 60x_3$$

Subject to

$$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(i) इस समस्या के लिए द्वैध लिखिए ।

(ii) द्वैध समस्या को हल कीजिए ।

(iii) आदि समस्या के इष्टतम हल को प्राप्त कीजिए ।

Or

(अथवा)

Given the following information :

Product	Resource			Profit per unit (₹)
	Raw material (kg)	Fabrication hours	Packaging hours	
P	6	4	2	20
Q	8	2	6	40
R	4	4	4	30
Resource availability	120	80	160	

- (i) Formulate and solve the above as a linear programming problem.
- (ii) What is the optimal product-mix ? What is the total maximum profit ?
- (iii) What are the shadow prices of the resources ?
- (iv) Which of the products is not being produced and why ?

निम्नलिखित सूचनाएँ दी गई हैं :

उत्पाद	संसाधन			लाभ प्रति यूनिट (₹)
	कच्चा माल (किग्रा)	विरचना घंटे	पैकिंग करने के घंटे	
P	6	4	2	20
Q	8	2	6	40
R	4	4	4	30
संसाधन की उपलब्धता	120	80	160	

- (i) उपर्युक्त को एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए और हल कीजिए ।
- (ii) इष्टतम उत्पाद-मिश्र क्या होता है ? कुल अधिकतम लाभ क्या है ?
- (iii) संसाधनों की कल्पित कीमतें क्या हैं ?
- (iv) उत्पादों में से किसे तैयार नहीं किया जा रहा है और क्यों ?

3. (a) In a certain city, there are 5 colleges and 20 schools. Each school has 3 peons, 1 clerk and 1 head clerk whereas a college has 5 peons, 3 clerks, 1 head clerk and an additional staff as a caretaker. The monthly salary of each of them is as follows :

Peon — ₹ 11,000

Clerk — ₹ 17,000

Head Clerk — ₹ 30,000

Caretaker — ₹ 25,000.

Using matrix algebra, find the total monthly salary bill of each school and college.

एक विशेष शहर में 5 कॉलेज और 20 स्कूल हैं। प्रत्येक स्कूल में 3 चपरासी, 1 लिपिक और 1 मुख्य लिपिक है जबकि कॉलेज में 5 चपरासी, 3 लिपिक और 1 मुख्य लिपिक है तथा एक अतिरिक्त कर्मचारी रखवाल के रूप में है। प्रत्येक का मासिक वेतन इस प्रकार है :

चपरासी — ₹ 11,000

लिपिक — ₹ 17,000

मुख्य लिपिक — ₹ 30,000

रखवाल — ₹ 25,000.

मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके स्कूल और कॉलेज के कुल मासिक वेतन बिल ज्ञात कीजिए ।

Or

(अथवा)

An amount of ₹ 7,000 is placed in three different saving accounts with annual interest rates of 5%, 8% and 8.5%. The total annual income from these accounts is ₹ 550. Equal amount has been placed in the 5% and 8% saving accounts. You are required to obtain amount placed in each account with the help of matrix algebra. 5

₹ 7,000 की राशि तीन भिन्न बचत खातों में रखी गई जिन पर वार्षिक ब्याज दरें 5%, 8% और 8.5% हैं । इन खातों से कुल वार्षिक आय ₹ 550 होती है । 5% और 8% बचत खातों में बराबर की राशि रखी गई है । आपको मैट्रिक्स बीजगणित की मदद से प्रत्येक खाते में रखी गई राशि ज्ञात करनी है ।

- (b) Obtain the final demand vector D corresponding to the gross output vector $X = (21,000, 26,000, 27,500)$ and the technology matrix given below. Also, test the viability of the system :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \\ 0.3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

सकल उत्पादन वेक्टर $X = (21,000, 26,000, 27,500)$ और नीचे दिए गए प्रौद्योगिकी मैट्रिक्स के अनुरूप अंतिम माँग वेक्टर ज्ञात कीजिए । साथ ही प्रणाली की सक्षमता की जाँच कीजिए :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \\ 0.3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Or

(अथवा)

The input-output relation between two industries is as follows :

Industry	I	II	Final demand	Gross output
I	16	20	4	40
II	8	40	32	80
Labour days	80	120		

Using matrix notations, determine :

- (i) Gross output required to satisfy the new final demand of 18 units and 44 units for industry I and II respectively.
- (ii) Total labour days required.
- (iii) Total value addition if wage is ₹ 40 per labour-day.

दो उद्योगों के बीच निवेश-उत्पादन संबंध निम्नलिखित है :

उद्योग	I	II	अंतिम माँग	सकल उत्पादन
I	16	20	4	40
II	8	40	32	80
श्रम घंटे	80	120		

मैट्रिक्स नोटेशनों का प्रयोग करके निम्नलिखित को निर्धारित कीजिए :

- (i) उद्योग I और II के लिए क्रमशः 18 यूनिटों और 44 यूनिटों की नई अंतिम माँग की तुष्टि के लिए आवश्यक सकल उत्पादन ।
- (ii) आवश्यक कुल श्रम दिन ।
- (iii) कुल मूल्य योजन यदि मजदूरी ₹ 40 प्रति श्रम दिवस है ।

4. Solve the following assignment problem for minimum total cost.

Which of the workers shall not be assigned a job ?

Worker	Job			
	1	2	3	4
A	27	22	30	32
B	26	24	27	25
C	32	32	30	27
D	40	34	32	32
E	42	42	30	32

निम्नलिखित समनुदेशन समस्या को न्यूनतम कुल लागत के लिए हल कीजिए । कर्मचारियों में से किसे जॉब का समनुदेशन नहीं किया जाएगा ?

कर्मचारी	जॉब			
	1	2	3	4
A	27	22	30	32
B	26	24	27	25
C	32	32	30	27
D	40	34	32	32
E	42	42	30	32

Or

(अथवा)

Consider the following transportation problem :

Plant	Market				Supply
	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	
P ₁	15	13	15	16	1,000
P ₂	10	14	11	17	600
P ₃	9	20	14	10	400
Demand	360	300	700	640	2,000

(a) Obtain initial solution to the problem using Least Cost

Method.

(b) Find optimal solution to the problem and calculate the

minimum total cost.

11

P.T.O.

निम्नलिखित परिवहन समस्या पर विचार कीजिए :

संयंत्र	बाजार				सप्लाई
	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	
P ₁	15	13	15	16	1,000
P ₂	10	14	11	17	600
P ₃	9	20	14	10	400
माँग	360	300	700	640	2,000

(क) न्यूनतम लागत विधि का प्रयोग करके समस्या का आरंभिक हल प्राप्त कीजिए ।

(ख) समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए और न्यूनतम कुल लागत का परिकलन कीजिए ।

5. (a) Mr. Gopal was given the choice of two payment plans on a piece of property. He may pay ₹ 1,00,000 at the end of 4 years or ₹ 1,20,000 at the end of 9 years. Assuming money can be invested annually at 4% per year converted annually, what plan Mr. Gopal should choose ?

मिस्टर गोपाल को एक संपत्ति के बारे में अदायगी की दो योजनाओं में से चुनने के लिए कहा गया था । वह 4 वर्ष पूरा होने के बाद ₹ 1,00,000 अदा करे या 9 वर्ष की समाप्ति पर ₹ 1,20,000 दे । यह मानकर कि पैसा 4% प्रति वर्ष की दर से, हर साल बदल कर, निवेशित किया जा सकता है, मिस्टर गोपाल को किस योजना को चुनना चाहिए ?

Or

(अथवा)

A company may obtain a machine either by leasing it for 5 years (useful life) at an annual rent of ₹ 2,500 or by purchasing the machine for ₹ 8,500. If the company can borrow money at 10% per annum, which alternative is preferable ?

5

एक कंपनी 5 साल के उपयोगी जीवन के लिए वार्षिक ₹ 2,500 किराए पर पट्टे पर मशीन प्राप्त कर सकती है या मशीन को ₹ 8,500 में खरीद सकती है । यदि कंपनी 10% प्रति वर्ष पर पैसा उधार ले सकती है, तो किस विकल्प को अधिमान्यता दी जानी चाहिए ?

- (b) A loan is repaid with interest at a rate of 6% per annum by 15 annual payments, the first payment being made at the end of the first year. The annual payment is ₹ 600.

Find the amount of the loan.

एक ऋण की वापस अदायगी, 6% प्रति वर्ष की दर से ब्याज के साथ 15 बराबर की अदायगियों द्वारा की गई है । पहली अदायगी पहले साल की समाप्ति पर की गई । वार्षिक ₹ 600 देने होते हैं । ऋण की राशि ज्ञात कीजिए ।

Or

(अथवा)

How much money is needed to endure a series of lectures costing ₹ 6,000 at the beginning of each year indefinitely, if money is worth :

(i) 5% compounded annually

(ii) 20% compounded quarterly.

5.

₹ 6,000 लागत वाली व्याख्यानों की एक श्रृंखला का खर्च सहने के लिए कितने धन की आवश्यकता होगी यदि व्याख्यान हर वर्ष के आरंभ में अनिश्चित काल तक चलते रहें यदि पैसे की कीमत :

(i) 5% चक्रवृद्धि वार्षिक

(ii) 20% चक्रवृद्धि तिमाही

- (c) A person establishes a sinking fund for retirement by contributing ₹ 7,500 per year at the end of each year for 20 years. For the next 20 years, equal yearly payments are withdrawn, at the end of which time the account will have a zero balance. If money is worth 9% compounded annually, what yearly payments will the person receive for the last 20 years ?

एक व्यक्ति प्रत्येक वर्ष की समाप्ति पर 20 साल के लिए ₹ 7,500 प्रति वर्ष देकर निस्तारण निधि की स्थापना करता है। अगले 20 साल के लिए समान वार्षिक अदायगियाँ ले ली जाती हैं जिसके अंत में खाते में शून्य शेष होगा। यदि धन पर 9% चक्रवृद्धि ब्याज वार्षिक मिलता है, तो वार्षिक कितना पैसा व्यक्ति को 20 साल तक मिलता रहेगा ?

Or

(अथवा)

A machine depreciates at the rate of 7% of its value at the beginning of a year. If the machine was purchased for ₹ 8,500, what is the minimum number of complete years at the end of which the worth of the machine will be less or equal to half of its original cost price ? 5

एक मशीन का मूल्य वर्ष के आरंभ में उसके मूल्य के 7% की दर से घटता जा रहा है । यदि मशीन ₹ 8,500 की खरीदी गई थी तो पूरे वर्षों की न्यूनतम संख्या क्या है जिनके अंत में मशीन की कीमत, मूल लागत कीमत से कम होगी या आधे के बराबर होगी ?