

[This question paper contains 14 printed pages.]

Sr. No. of Question Paper : 518

E

Your Roll No.....

Unique Paper Code : 241301

Name of the Course : B.Com. (H)

Name of the Paper : Business Mathematics

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions are compulsory and carry equal marks.
3. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं और समान अंक हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION – A (खंड क)

1. (a) There are two Families A and B. There are 4 men, 6 women and 2 children in Family A and 2 men, 2 women and 4 children in Family B. The recommended daily requirement for calories is : Man : 2400, Woman : 1900, child : 1800 and for proteins is : Man : 55 gram, Woman : 45 gram, child : 33 gram. Represent the above information by matrices. Using matrix multiplication, calculate the total requirements of calories and proteins for each of the two families.

OR

P.T.O.

The total sales (S) in thousands of rupees of a firm selling two products X and Y is given by the relationship : $S = a + bX + cY$. Data for the first three months is given as under :

Monthly	Total Sales	X	Y
1	12	2	3
2	13	6	2
3	15	5	3

Using determinant method, determine the sales in the next month when it sells 4 units of X and 5 units of Y. (6)

- (b) For a two sector economy, the input-output coefficient matrix is : $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$

If the final demand of the two sectors are 10 and 30, find the gross output. Land and labour are used as two primary inputs. Their coefficients for the two sectors are given as

$$A = \begin{matrix} \text{Labour} \\ \text{Land} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}$$

If the wage rate and rent are Rs. 40 and Rs. 100 respectively, find the equilibrium prices for the two sectors.

OR

Given the input-output matrix and final demand vector :

$$A = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.25 & 0.34 \\ 0.33 & 0.10 & 0.72 \\ 0.19 & 0.38 & 0.00 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1800 \\ 200 \\ 900 \end{bmatrix}$$

- (i) Explain the economic meaning of the elements 0.33, 0.00 and 200.
- (ii) Explain the economic meaning (if any) of the third-column sum.
- (iii) Explain the economic meaning (if any) of the third-row sum. (6)

(क) A और B दो परिवार हैं। परिवार A में 4 पुरुष, 6 महिलाएँ और 2 बच्चे हैं तथा परिवार B में 2 पुरुष, 2 महिलाएँ और 4 बच्चे हैं। इनके लिए दैनिक इतनी कैलोरी की सिफारिश की जाती है : पुरुष : 2400, महिलाएँ : 1900; बच्चा 1800 और प्रोटीन की आवश्यकता यह है : पुरुष 55 ग्रा., महिला 45 ग्रा., बच्चा 33 ग्रा.। उपर्युक्त सूचनाओं को मैट्रिक्स में निरूपित कीजिए। मैट्रिक्स बहुलीकरण का प्रयोग करके इन परिवारों में से प्रत्येक के लिए कैलोरियों और प्रोटीनों की आवश्यकताओं का परिकलन कीजिए।

अथवा

x और y दो उत्पादों को बेचने वाली एक फर्म की कुल बिक्री (S) हजारों रुपयों में हैं जिसे संबंध: $S = a + bX + cY$ द्वारा बताया गया है। पहले तीन महीनों के आँकड़े नीचे दिए जा रहे हैं :

मासिक	कुल बिक्री	X	Y
1	12	2	3
2	13	6	2
3	15	5	3

निर्धारक विधि का प्रयोग करके अगले माह की बिक्री का निर्धारण कीजिए जबकि यह X की 4 यूनिट और Y की 5 यूनिट बेचनी है।

(ख) दो सैक्टर वाली अर्थव्यवस्था के लिए आगत-निर्गत गुणांक मैट्रिक्स यह है : $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$

यदि दोनों सैक्टरों की अंतिम माँग 10 और 30 है तो सकल निर्गत ज्ञात कीजिए। भूमि और श्रम को दो प्राथमिक आगतों के रूप में प्रयोग में लिया गया है ? इनके दो सैक्टरों के गुणांक इस प्रकार हैं :

$$A = \begin{matrix} \text{श्रम} \\ \text{भूमि} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}$$

यदि मजदूरी दर और किराया क्रमशः 40 रु. और 100 रु. है तो दोनों सैक्टरों के लिए संतुलन कीमतें ज्ञात कीजिए।

अथवा

आगत-निर्गत मैट्रिक्स और अंतिम माँग सदिश दिया गया है :

$$A = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.25 & 0.34 \\ 0.33 & 0.10 & 0.72 \\ 0.19 & 0.38 & 0.00 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1800 \\ 200 \\ 900 \end{bmatrix}$$

- (i) तत्व 0.33, 0.00 और 200 के आर्थिक अर्थ की व्याख्या कीजिए ।
 (ii) तृतीय कॉलम जोड़ का यदि कोई आर्थिक अर्थ है तो उसकी व्याख्या कीजिए ।
 (iii) तृतीय-पंक्ति जोड़ का यदि कोई आर्थिक अर्थ है तो उसकी व्याख्या कीजिए ।

2. (a) Solve the following L.P.P. by graphical method :

$$\text{Min } Z = 3x + 2y$$

subject to $-2x + 3y \leq 9$; $3x - 2y \leq -20$; $x, y \geq 0$.

OR

Two material A and B are required to construct tables and book cases. For one table 12 units of A and 16 units of B are needed while for a book case 16 units of A and 8 units of B are required. The profit on a book case is Rs. 25 and Rs. 20 on a table. 100 units of material A and 80 units of B are available. How many book cases and table be produced to have maximum profit ? Formulate the above as a linear programming problem and solve with the simplex method. (5)

(b) Given below is the simplex table for a maximization type of LPP :

$C_j \rightarrow$	Basic	3	4	0	0	b_i
\downarrow	Variables	x_1	x_2	S_1	S_2	
4	x_2	1	1	1	0	6
0	S_2	1	0	-1	1	2

Answer the following questions, giving reason in brief :

- (i) Is the above solution optimal ?

- (ii) Are there more than one optimal solutions ?
- (iii) Is the solution degenerate ?
- (iv) Is the solution feasible ?
- (v) If s_1 is slack in machine A (in hours/week) and s_2 is slack in machine B (in hours/week) which of these machines is being used to the full capacity when producing according to this solution ?
- (vi) A customer would like to have one unit of product x_1 and is willing to pay in excess of the normal price in order to get it. How much should the price be increased in order to ensure no reduction in profit ?
- (vii) How many units of the two products x_1 and x_2 are being produced according to this solution and what is the total profit ?

OR

A diet is to contain at least 20 ounces of proteins and 15 ounces of carbohydrate. There are three foods A, B, and C available in the market, costing Rs. 2, Rs. 1 and Rs. 3 per unit respectively. Each unit of A contains 2 ounces of proteins and 4 ounces of carbohydrate. Each unit of B contains 3 ounces of proteins and 2 ounces of carbohydrate; each unit of C contains 4 ounces of proteins and 2 ounces of carbohydrate. Formulate the LPP so as to minimize the cost of diet. Find its dual. Solve the dual by simplex method and read from dual solution the solution to the primal problem. (7)

(c) Maximize $Z = 2x + y - z$

subject to the constraints :

$$x + y \leq 1$$

$$x - 2y - z \geq -2$$

$$x, y, z \geq 0$$

P.T.O.

OR

Maximize $Z = 8x + 12y$

subject to the constraints :

$$x + y = 5$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

(6)

(क) ग्राफीय विधि द्वारा निम्नलिखित L.P.P. को सरल कीजिए :

$$\text{Min } Z = 3x + 2y$$

ऐसा हो तो $-2x + 3y \leq 9$; $3x - 2y \leq -20$; $x, y \geq 0$.

अथवा

A और B दो पदार्थों की एक मेज़ और एक बुककेस बनाने के लिए आवश्यकता होती है। एक मेज़ के लिए A की 12 यूनिटों और B की 16 यूनिटों की आवश्यकता होती है जबकि बुककेस के लिए A की 16 यूनिटों और B की 8 यूनिटों की आवश्यकता होती है। बुककेस से 25 रु. और मेज़ से 20 रु. लाभ मिलता है। A की 100 यूनिट और B की 80 यूनिट उपलब्ध हैं। अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए कितने बुककेस और मेज़ें बनानी चाहिए ? इसका सूत्रण रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के रूप में कीजिए और सिम्प्लेक्स विधि द्वारा सरल कीजिए।

(ख) अधिकतमीकरण किस्म के LPP के लिए सिम्प्लेक्स तालिका नीचे दी जा रही है :

$C_j \rightarrow$	आधारी	3	4	0	0	b_i
\downarrow	परिवर्ती	x_1	x_2	S_1	S_2	
4	x_2	1	1	1	0	6
0	S_2	1	0	-1	1	2

निम्नलिखित के उत्तर, संक्षेप में कारण बताते हुए दीजिए :

(i) क्या ऊपर दिया गया समाधान इष्टतम है।

- (ii) क्या एक से अधिक इष्टतम समाधान होते हैं ?
- (iii) क्या समाधान हासित है ?
- (iv) क्या समाधान साध्य है ?
- (v) यदि s_1 मशीन A में शिथिल है (घंटों/सप्ताह में) और s_2 मशीन B में शिथिल है (घंटों/सप्ताह में) तो इन दोनों मशीनों में से किसका प्रयोग इस समाधान के अनुसार उत्पादन करने पर पूर्ण क्षमतानुसार हो रहा है ?
- (vi) एक ग्राहक उत्पाद x_1 की एक यूनिट लेना चाहता है और इसे प्राप्त करने के लिए सामान्य कीमत से अधिक देने के लिए रज़ामंद है। बताइए कि कीमत को कितना बढ़ाया जाए ताकि लाभ में कमी न हो सुनिश्चित हो जाए।
- (vii) x_1 और x_2 नामक दो उत्पादों की कितनी यूनिटें इस समाधान के अनुसार तैयार की जा रही हैं और कुल लाभ क्या है ?

अथवा

एक आहार में कम से कम 20 ओंस प्रोटीन और 15 ओंस कार्बोहाइड्रेट हैं। A, B और C नामक तीन खाद्य पदार्थ बाज़ार में उपलब्ध हैं जिनकी कीमत क्रमशः 2 रु., 1 रु. और 3 रु. प्रति यूनिट है। A की प्रत्येक यूनिट में 2 ओंस प्रोटीन और 4 ओंस कार्बोहाइड्रेट है। B की प्रत्येक यूनिट में 3 ओंस प्रोटीन और 2 ओंस कार्बोहाइड्रेट है। C की प्रत्येक यूनिट में 4 ओंस प्रोटीन और 2 ओंस कार्बोहाइड्रेट है। LPP का सूत्रण कीजिए जिससे कि आहार की लागत कम हो सके। इसका द्वैत ज्ञात कीजिए। द्वैत का समाधान सिम्प्लेक्स विधि से कीजिए और द्वैत समाधान से मूल समस्या का हल निकालिए।

- (ग) अधिकतमीकरण कीजिए $Z = 2x + y - z$

इन प्रतिबंधों को देखते हुए :

$$x + y \leq 1$$

$$x - 2y - z \geq -2$$

$$x, y, z \geq 0$$

अथवा

अधिकतमीकरण कीजिए $Z = 8x + 12y$

इन प्रतिबंधों को देखते हुए :

$$x + y = 5$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

SECTION – B (खंड ख)

3. (a) If a firm produces an output x at a total cost of $C = ax^2 + bx$, ($a, b > 0$) find an expression for η_C , the elasticity of total cost. Show that η_C increases but remains greater than unity as x increases.

OR

There are 60 newly built apartments. At a rent of Rs. 4500 per month all will be occupied. However, one apartment will be vacant for each Rs. 150 increase in rent. As occupied apartment requires Rs. 600 per month for maintenance. Find the relationship between the profit and the number of unoccupied apartments. What is the number of vacant apartments for which profit is maximum ? (5)

- (b) The average cost per repair of a scooter is found to be Rs. 50 and the number of repairs is given by $t^{\frac{3}{2}}$, where t is time in months since the purchase of the scooter. The replacement cost is estimated to be Rs. 25,000. Find the optimum replacement period.

OR

The production function

$$Q = f(l, k) = 4l^{\frac{3}{4}}k^{\frac{1}{4}}, \quad l, k > 0$$

(where x , l , and k are the units of output, labour and capital respectively).
Find the marginal productivities of labour and capital. Also show

$$l \frac{\partial Q}{\partial l} + k \frac{\partial Q}{\partial k} = Q \quad (5)$$

- (c) Use the method of Lagrange multipliers to find the maximum value of $f(x, y) = xy$ subject to the constraints $g(x, y) = x + y - 1000 = 0$.

OR

A firm produces two items X and Y. The market prices are given by $p = 100 - 2x$ and $q = 125 - 3y$. The cost of production is $12x + 11y + 4xy$ for producing X and Y items. Find how many items of each should be produced to have the joint profit maximum? (5)

- (क) यदि एक फर्म x की निर्गत कुल लागत $C = ax^2 + bx$, ($a, b > 0$) तो η_c कुल लागत की लोच के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए। प्रदर्शित कीजिए कि η_c बढ़ता है परंतु x के बढ़ने पर यूनिटी से अधिक बना रहता है।

अथवा

60 नए बने अपार्टमेंट हैं। सभी को 4500 रु. प्रति माह किराए पर उठा दिया जाएगा। तथापि एक अपार्टमेंट खाली रह जाएगा जिसके लिए प्रत्येक का किराया 150 रु. बढ़ जाएगा। इस प्रकार किराए पर उठे हुए अपार्टमेंट के लिए 600 रु. प्रतिमाह रखरखाव के लिए दिए जाते हैं। खाली रहे अपार्टमेंटों की संख्या और लाभ के बीच संबंध ज्ञात कीजिए। ऐसे खाली अपार्टमेंटों की संख्या क्या है जिनसे लाभ अधिकतम है?

- (ख) स्कूटर की मरम्मत पर हर बार 50 रु. की लागत आती है और मरम्मतों की संख्या $t^{\frac{3}{2}}$ से पता लगती है जिसमें t स्कूटर की खरीद के समय से बीते समय को बताता है। इसके प्रतिस्थापन पर अनुमानतः 25000 रु. लगेंगे। इष्टतम प्रतिस्थापन काल ज्ञात कीजिए।

अथवा

उत्पादन फलन $Q = f(l, k) = 4l^{\frac{3}{4}}k^{\frac{1}{4}}$, $l, k > 0$

(जिसमें x, l और k क्रमशः निर्गत, श्रम और पूँजी की यूनिटें हैं। साथ ही प्रदर्शित कीजिए :

$$l \frac{\partial Q}{\partial l} + k \frac{\partial Q}{\partial k} = Q$$

- (ग) लैगरेंज गुणकों की विधि का प्रयोग कीजिए और $f(x, y) = xy$ का अधिकतम मूल्य ज्ञात कीजिए। बशर्ते कि प्रतिरोध $g(x, y) = x + y - 1000 = 0$.

अथवा

एक फर्म x और y दो वस्तुओं को बनाती है। इनकी बाजार कीमतें इससे ज्ञात होती हैं :
 $p = 100 - 2x$ और $q = 125 - 3y$, X और Y वस्तुओं को बनाने की उत्पादन लागत $12x + 11y + 4xy$ है। बताइए कि प्रत्येक वस्तु की कितनी यूनिट बनाई जाएँ ताकि संयुक्त अधिकतम लाभ हो सके।

4. (a) The demand and total cost function for a product facing a monopolist are given as : $p = 5(2 - x)$ and $C = 10 + 3x^2 - 2x^3$, respectively, where x and p represent the units of output and price respectively. Determine the optimum level of price and output for profit maximization.

OR

The Joint cost function of a firm producing two products is given by

$$C(x, y) = 6x^2 - 9x - 3xy - 7y + 5y^2 + 20.$$

Where x and y denote their units. Find the value of x and y that minimize $C(x, y)$. Also find the minimum cost. (5)

- (b) If the demand function for a product is given by $p = 4 - 5x^2$, for what value of x does the demand have unit elasticity ?

OR

A firm requires 10,000 units of material per annum. The cost of purchasing is Rs. 1 per unit, the cost of replenishment of stock of material is Rs. 25 and the cost of storing material is 12.5 percent per annum of the average rupee inventory. Find the optimum order size and the corresponding total cost using calculus. (5)

- (c) A monopolist's demand function is $x = 20 - \frac{10p}{3}$, where x is the quantity demanded when price is p per unit. With the average cost function :

$$AC = \frac{20}{x} + 1 + 0.2x,$$

Find the consumer surplus at the price which monopolist will like to fix.

OR

The purchase price of a car is Rs. 1,75,000. The rate of cost for repairs is given by $C = 8000(1 - e^{-0.5t})$, where t represents the year of use since purchase. Find the cumulative repair cost at the end of 5 years. Also find the equation to give the time in years at which the cumulative repair cost equals the original cost of the car. (5)

- (क) एकाधिकारी के सामने एक उत्पाद के लिए माँग और कुल लागत फलन ये हैं :

क्रमशः $p = 5(2 - x)$ और $C = 10 + 3x^2 - 2x^3$ जहाँ x और p क्रमशः निर्गत यूनिटों और कीमत का निरूपण करते हैं। लाभ अधिकतमीकरण के लिए कीमत और निर्गत के इष्टतम स्तर का निर्धारण कीजिए।

अथवा

एक फर्म के दो उत्पादों का संयुक्त लागत फलन नीचे दिया गया है :

$$C(x, y) = 6x^2 - 9x - 3xy - 7y + 5y^2 + 20.$$

जिसमें x और y उनकी यूनिटों को व्यक्त करते हैं। $C(x, y)$ को अधिकतम करने वाले x और y का मान ज्ञात कीजिए साथ ही न्यूनतम लागत को भी ज्ञात कीजिए।

- (ख) यदि एक उत्पाद का माँग फलन $p = 4 - 5x^2$ से ज्ञात होता है तो x के किस मूल्य से माँग की यूनिट लोच होती है।

अथवा

एक फर्म को एक वस्तु की प्रतिवर्ष 10000 यूनिटों की आवश्यकता है। क्रय-लागत 1 रु. प्रति यूनिट है और वस्तु के स्टॉक को प्रतिस्थापित करने की लागत 25 रु. है। वस्तु को भंडारित करने की लागत औसत, रुपए के माल की 12.5 प्रतिशत प्रति वर्ष है। इष्टतम आदेश के आकार और कैल्कुलस का प्रयोग करके अनुरूपी कुल लागत ज्ञात कीजिए।

- (ग) एक एकाधिकारी का माँग फलन $x = 20 - \frac{10p}{3}$ है जहाँ x माँगी गई मात्रा को बताता है जबकि कीमत p प्रति यूनिट है। औसत लागत फलन यदि ये है :

$$AC = \frac{20}{x} + 1 + 0.2x$$

तो एकाधिकारी जिस कीमत को निर्धारित करना चाहेगा, उस पर उपभोक्ता अधिशेष ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक कार की क्रय कीमत 1,75,000 रु. है। इसकी मरम्मत की लागत दर $C = 8000(1 - e^{-0.5t})$ से ज्ञात होती है जिसमें t क्रय के समय से प्रयोग में लिए गए वर्ष को निरूपित करता है। 5 वर्ष समाप्त होने पर मरम्मत की संचयी लागत ज्ञात कीजिए। साथ ही वर्षों में समय के लिए समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें संचयी मरम्मत लागत कर की मूल कीमत के बराबर हो जाती है ?

SECTION - C (खंड ग)

5. (a) A man made a deposit of Rs. 2500 in a saving account. The deposit was left to accumulate at 6% compounded quarterly for the first 5 years and at 8% compounded semiannually for the next 8 years. Find the compound amount at the end of 13 years.

OR

(2700)

Find the effective rate equivalent to the nominal rate 6% converted (i) monthly, (ii) continuously. (5)

- (b) A person borrows Rs. 12,000. He pays Rs. 4000 at the end of 6 months and Rs. 5,000 at the end of one year. What final payment should be made at the end of 2 years to settle the debt if interest rate is 12% compounded continuously ?

OR

An asset costing Rs. 4500 will depreciate to a scrap value Rs. 500 in 10 years. Find the rate of depreciation. (5)

- (c) A Rs. 1000 bond paying annual dividends at 8.5% will be redeemed at par at the end of 10 years. Find the purchase price of this bond if the investor wishes a yield rate of 8%.

OR

How much money is needed to endure a series of lectures costing Rs. 2500 at the beginning of each year indefinitely, if money is worth 3% compounded annually ? (5)

- (क) एक व्यक्ति अपने बचत खाते में 2500 रु. जमा करता है। यह जमा राशि 6 प्रतिशत पर पहले पाँच वर्ष के लिए तिमाही चक्रवृद्धि ब्याज पर और अगले 8 वर्ष के लिए अर्धवार्षिक रूप में 8% चक्रवृद्धि ब्याज पर पड़ी रही। 13 वर्ष समाप्त होने पर योगिक राशि ज्ञात कीजिए।

अथवा

नामत: 6% की दर के समतुल्य प्रभावी दर ज्ञात कीजिए यदि इसे (i) मासिक (ii) सतत रूप में बदल दिया जाए।

- (ख) एक व्यक्ति 12000 रु. उधार लेता है। वह 6 माह बीतने के पश्चात 4000 रु. देता है और एक वर्ष की समाप्ति पर 5000 रु. देता है। उधार चुकता करने के लिए 2 वर्ष समाप्त होने पर अंतिम राशि क्या देनी चाहिए यदि ब्याज सतत रूप में 12% चक्रवृद्धि दर पर दिया जाता है।

अथवा

4500 रु. की लागत वाली एक परिसंपत्ति 10 वर्ष बाद घट कर 500 रु. के रद्दी मूल्य वाली रह जाएगी। मूल्यह्रास की दर ज्ञात कीजिए।

- (ग) एक 100 रु. वाले बॉण्ड का, जिससे प्रति वर्ष 8.5% लाभांश मिल रहा है, 10 वर्ष बाद सममूल्य पर प्रतिदान किया जाएगा। इस बॉण्ड की क्रय कीमत ज्ञात कीजिए यदि निवेशक 8% की दर प्राप्त करना चाहता है।

अथवा

2500 रु. की लागत वाले लैक्चरों की शृंखला को पूरा करने के लिए अनिश्चित रूप से प्रत्येक वर्ष की शुरुआत में कितने धन आवश्यकता होगी यदि इस धन पर 3% चक्रवृद्धि ब्याज वार्षिक रूप में मिल सकता है।