

This question paper contains 12 printed pages.]

Your Roll No.

आपका अनुक्रमांक

2842

B.EL.Ed.

J

Paper – O 3.3

MATHEMATICS – II

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 70

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।)

Note : Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

Attempt ten questions in all, selecting two questions from each Section.

प्रत्येक खण्ड से दो प्रश्न चुनते हुए,
कुल दस प्रश्न कीजिए ।

SECTION – A

खण्ड – क

1. (a) Let G be the set of all real 2×2 matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ where $ad - bc \neq 0$ is a rational number. Prove that G forms a group under matrix multiplication. $(3\frac{1}{2})$
- (b) If G is a group, prove that :
- (i) The identity element is unique.
- (ii) For all $a, b \in G$, $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ $(3\frac{1}{2})$
- (क) मान लीजिए कि सभी वास्तविक 2×2 मैट्रिक्सों $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ का समुच्चय G है, जहाँ $ad - bc \neq 0$ एक परिमेय संख्या है। सिद्ध कीजिए कि मैट्रिक्स गुणन के अंतर्गत G एक समूह बनाता है।
- (ख) यदि G एक समूह है तो सिद्ध कीजिए :
- (i) तत्समक अवयव अद्वितीय है।
- (ii) सभी a के लिए $b \in G$, $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$
2. (a) Verify that the set $R^2 = \{(x, y) : x, y \in R\}$ is a field. $(3\frac{1}{2})$
- (b) Define a ring and an integral domain. Give an example of
- (i) a ring which is not an integral domain.
- (ii) a ring which is an integral domain.
- $(1\frac{1}{2} + 1 + 1)$

- (क) सत्यापित कीजिए कि समुच्चय $R^2 = \{(x, y) : x, y \in R\}$ एक क्षेत्र है ।
- (ख) वलय और पूर्णाकीय प्रांत की परिभाषा दीजिए । निम्नलिखित का एक उदाहरण दीजिए :
- (i) वलय जो कि पूर्णाकीय प्रांत नहीं है ।
- (ii) वलय जो कि पूर्णाकीय प्रांत है ।

3. (a) Define the following terms :

- (i) Linearly independent set of vectors.
- (ii) Subspace of a vector space.
- (iii) Basis of a vector space. (3)

(b) Define a linear transformation.

Let $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ as

$$T(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$$

Verify that T is a linear transformation. (1 + 3)

(क) निम्नलिखित पदों की परिभाषा दीजिए :

- (i) रैखिक रूप में सदिशों का स्वतंत्र समुच्चय
- (ii) सदिश अवकाश की उपसमष्टि
- (iii) सदिश अवकाश का आधार

(ख) रैखिक रूपांतरण की परिभाषा दीजिए ।

मान लीजिए कि $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ जैसे

$$T(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$$

सत्यापित कीजिए कि T एक रैखिक रूपांतरण है ।

SECTION – B

खण्ड – ख

4. Evaluate :

$$(a) \int e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} \right) dx \quad (3\frac{1}{2})$$

$$(b) \int_0^1 x \tan^{-1} x^2 dx \quad (3\frac{1}{2})$$

मूल्यांकन कीजिए

$$(क) \int e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} \right) dx$$

$$(ख) \int_0^1 x \tan^{-1} x^2 dx$$

5. Evaluate :

$$(a) \int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$$

OR

$$(a) \int \frac{dx}{x^4+1} \quad (3\frac{1}{2})$$

(b) Obtain a reduction formula for

$$\int x^m (\log x)^n dx$$

and apply it to evaluate

$$\int_0^1 x^4 (\log x)^3 dx \quad (3\frac{1}{2})$$

मूल्यांकन कीजिए

$$(क) \int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$$

अथवा

$$(क) \int \frac{dx}{x^4+1}$$

(ख) निम्नलिखित के लिए लघुकरण सूत्र प्राप्त कीजिए :

$$\int x^m (\log x)^n dx$$

$$\text{और } \int_0^1 x^4 (\log x)^3 dx \text{ का मूल्यांकन करने के लिए}$$

इसका अनुप्रयोग कीजिए ।

6. (a) Show that :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin \theta + \cos \theta}{9 + 16 \sin 2\theta} d\theta = \frac{1}{20} \log 3 \quad (3\frac{1}{2})$$

(b) Find the area bounded by the ellipse

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad (3\frac{1}{2})$$

OR

(b) Evaluate $\int_2^3 x^3$ as a limit of sums.

(क) प्रदर्शित कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin \theta + \cos \theta}{9 + 16 \sin 2\theta} d\theta = \frac{1}{20} \log 3$$

(ख) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ दीर्घवृत्त द्वारा परिबद्ध क्षेत्र ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) $\int_2^3 x^3$ का मूल्यांकन योगफलों की एक सीमा के रूप में कीजिए ।

SECTION – C

खण्ड – ग

7. Solve the following differential equations :

(a) $(x - y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$ (3 $\frac{1}{2}$)

OR

(a) $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$

(b) $x^2y dx - (x^3 + y^3)dy = 0$ (3 $\frac{1}{2}$)

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को सरल कीजिए :

(क) $(x - y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$

अथवा

(क) $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$

(ख) $x^2y dx - (x^3 + y^3)dy = 0$

8. Solve the following differential equations :

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{2y + x - 1}{2x + 4y + 3}$ (3 $\frac{1}{2}$)

(b) $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \sec^2 x$ (3 $\frac{1}{2}$)

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को सरल कीजिए :

(क) $\frac{dy}{dx} = \frac{2y + x - 1}{2x + 4y + 3}$

(ख) $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \sec^2 x$

9. Solve the following differential equations :

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 2x$ (3 $\frac{1}{2}$)

(b) $\frac{dy}{dx} + y \cos x = y^n \sin 2x$ (3 $\frac{1}{2}$)

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को सरल कीजिए :

(क) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 2x$

(ख) $\frac{dy}{dx} + y \cos x = y^n \sin 2x$

SECTION - D

खण्ड - घ

10. (a) The mean of 5 observations is 4.4 and the variance is 8.24. If three of the five observations are 1, 2 and 6, find the other two. (3 $\frac{1}{2}$)

(b) In a given distribution, the mean is 10, variance is 16, r_1 is 1 and B_2 is 4. Find the first four moments about the origin. (3 $\frac{1}{2}$)

(क) पाँच प्रेक्षणों का माध्य 4.4 और प्रसरण 8.24 है । यदि पाँच प्रेक्षणों में से तीन 1, 2 और 6 हों तो अन्य दो को ज्ञात कीजिए ।

(ख) दिए गए एक वितरण में माध्य 10 और प्रसरण 16 है । r_1 1 और B_2 4 है । उद्भव के चारों ओर प्रथम 4 आघूर्णों को ज्ञात कीजिए ।

11. (a) Find the correlation coefficient and the equation of the regression lines for the following values of x and y :

x : 1 2 3 4 5

y : 2 5 3 8 7 (3 $\frac{1}{2}$)

(b) Prove that the correlation coefficient must lie between -1 and 1 . (3 $\frac{1}{2}$)

(क) x और y के निम्नलिखित मानों के लिए सहसंबंध गुणांक और समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए :

x : 1 2 3 4 5

y : 2 5 3 8 7

(ख) सिद्ध कीजिए कि सहसंबंध गुणांक को -1 और 1 के बीच स्थित होना चाहिए ।

12. (a) Two random variables have the least squares regression lines $3x + 2y = 26$ and $6x + y = 31$. Find the mean values and the correlation coefficient. (3 $\frac{1}{2}$)

- (b) The following table gives the classification of 100 workers according to sex and the nature of work. Test whether nature of work is independent of the sex of the worker.

	Skilled	Unskilled	Total
Male	40	20	60
Female	10	30	40
Total	50	50	100

(Five percent value of chi-square with 1 d.f. is 3.841)

(3 $\frac{1}{2}$)

- (क) दो यादृच्छिक चर की न्यूनतम वर्ग समाश्रयण रेखाएँ ये हैं :

$$3x + 2y = 26 \text{ और } 6x + y = 31$$

माध्य मानों और सहसंबंध गुणांक को ज्ञात कीजिए ।

- (ख) निम्नलिखित सारणी सैक्स और कार्य के स्वरूप के अनुसार 100 कर्मचारियों का वर्गीकरण दर्शाती है । जाँच कीजिए कि क्या कार्य का स्वरूप कर्मचारी के लिंग से स्वतंत्र है ।

	कुशल	अकुशल	जोड़
पुरुष	40	20	60
स्त्री	10	30	40
जोड़	50	50	100

(1 d.f. के साथ ची-स्क्वीयर का 5 प्रतिशत मान 3.841 है ।)

SECTION – E

खण्ड – ड

13. (a) The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively. Find $P(X \geq 1)$. (3 $\frac{1}{2}$)
- (b) If X is a normal variate with mean 30 and standard deviation 5, find the probabilities that
- (i) $26 \leq X \leq 40$
- (ii) $X \geq 45$
- ($P(Z \leq 2) = 0.9772, P(Z \leq 0.8) = 0.7881$) (3 $\frac{1}{2}$)
- (क) द्विपद बंटन का माध्य और प्रसरण क्रमशः 4 और $\frac{4}{3}$ हैं। ज्ञात कीजिए $P(X \geq 1)$
- (ख) यदि X माध्य 30 और मानक विचलन 5 के साथ एक सामान्य विचर है तो इसकी प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए कि
- (i) $26 \leq X \leq 40$
- (ii) $X \geq 45$
- ($P(Z \leq 2) = 0.9772, P(Z \leq 0.8) = 0.7881$)
14. (a) If $P(A) = 0.5$ and $P(A \cup B) = 0.6$, Find $P(B)$ if
- (i) A and B are mutually exclusive
- (ii) A and B are independent
- (iii) $P(A/B) = 0.4$ (3 $\frac{1}{2}$)
- (b) Four coins are tossed. What is the expectation of the number of heads? (3 $\frac{1}{2}$)

(क) यदि $P(A) = 0.5$ और $P(A \cup B) = 0.6$ तो $P(B)$ ज्ञात कीजिए यदि :

(i) A और B परस्पर अपवर्जी हैं ।

(ii) A और B स्वतंत्र हैं ।

(iii) $P(A/B) = 0.4$

(ख) चार सिक्कों को उछाला गया । शीर्षों की संख्या की प्रत्याशा क्या है ?

15. (a) In a bolt factory machines A, B, C manufacture respectively 25, 35 and 40 percent of the total. Out of their output, 5, 4 and 2 percent are defective bolts. A bolt is drawn at random from the produce and is found to be defective. What is the probability that it was manufactured by machine A ? (3 $\frac{1}{2}$)

(b) If the probability that an individual suffers a bad reaction from an injection is 0.001, determine the probability that out of 2000 individuals

(i) exactly 3

(ii) more than 2, individuals

Suffer a bad reaction. (3 $\frac{1}{2}$)

(क) बोल्ट बनाने की एक फैक्ट्री में A, B, C मशीनें क्रमशः कुल का 25, 35 और 40 प्रतिशत निर्माण करती हैं । इनके उत्पादन में से 5, 4 और 2 प्रतिशत दोषपूर्ण हैं । उत्पादन में से यादृच्छिक रूप में एक बोल्ट निकाला गया और वह दोषपूर्ण पाया गया । इसकी प्रायिकता क्या है कि यह मशीन A द्वारा बनाया गया था ?