[This question paper contains 6 printed pages.]

8112 *Your Roll No.* .....

B.El.Ed. **AS**

Paper – O 2.3 : MATHEMATICS – I

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 70*

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :– Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :– इस प्रश्नपत्र का उत्तर अंग्रेज़ी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt any **fourteen** *questions.*
Each question carries **5** *marks.*

किन्हीं **चौदह** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*
प्रत्येक प्रश्न पाँच अंक का है।

1. Solve the equation

$$3x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0,$$

given that the roots are in Harmonic Progression.

समीकरण को हल कीजिए :

$$3x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0$$

दिया गया है कि मूल हरात्मक श्रेणी में हैं।

P.T.O.

2. Solve the following equation using De Moivre's Theorem.

$$Z^6 + Z^3 + 1 = 0$$

निम्नलिखित समीकरण को 'डी मोइवरी प्रमेय' का प्रयोग करके हल कीजिए।

$$Z^6 + Z^3 + 1 = 0$$

3. Find the characteristic roots of the given matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

दिए गए मैट्रिक्स का अभिलक्षणिक मूल ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Solve the following system of equations

$$x - 4y + 7z = 8$$

$$3x + 8y - 2z = 6$$

$$7x - 8y + 26z = 31$$

समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल कीजिए :

$$x - 4y + 7z = 8$$

$$3x + 8y - 2z = 6$$

$$7x - 8y + 26z = 31$$

5. Define an open set. Prove that a non empty finite set cannot be open.

विवृत्त समुच्चय की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि अरिक्त परिमित समुच्चय विवृत्त नहीं हो सकता।

6. Show that a sequence cannot converge to more than one limit.

प्रदर्शित कीजिए कि अनुक्रम एक सीमा से अधिक अभिसरित नहीं हो सकता।

7. Test for convergence of the following series

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

निम्नलिखित श्रेणी की अभिसारिता के लिए जाँच कीजिए :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

8. If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$

Show that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{4}\sin 2u$$

यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$

प्रदर्शित कीजिए कि $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{4}\sin 2u$

9. If $y = e^{\tan^{-1}x}$

Show that,

$(1+x^2)y_{n+2} + \{2(n+1)x - 1\}y_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$

यदि $y = e^{\tan^{-1}x}$

प्रदर्शित कीजिए कि

$(1+x^2)y_{n+2} + \{2(n+1)x - 1\}y_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$

10. Examine the function f, defined on $\mathbb{R}$ by setting

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{when } x \le 0 \\ 5x-4, & \text{when } 0 < x \le 1 \\ 4x^2-3x, & \text{when } x > 1 \end{cases}$$

for points of discontinuity.

$\mathbb{R}$ पर स्पष्ट फलन f की इस विन्यास द्वारा असांतत्य बिंदुओं के लिए जाँच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{जबकि } x \le 0 \\ 5x-4, & \text{जबकि } 0 < x \le 1 \\ 4x^2-3x, & \text{जबकि } x > 1 \end{cases}$$

11. Let f be defined on $\mathbb{R}$ by setting

$$f(x) = x.\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, \text{ if } x \neq 0$$

$$f(0) = 0$$

Show that f is not derivable at $x = 0$.

मान लीजिए कि f, निम्न विन्यास द्वारा $\mathbb{R}$ पर स्पष्ट है :

$$f(x) = x.\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, \text{ यदि } x \neq 0$$

$$f(0) = 0$$

प्रदर्शित कीजिए कि f, $x = 0$ पर व्युत्पन्न नहीं किया जा सकता ?

12. Examine for maxima and minima

$$f(x) = \sin x(1 + \cos x), \ 0 \leq x \leq \pi$$

उच्चिष्ठ और अल्पिष्ठ के लिए जाँच कीजिए :

$$f(x) = \sin x(1 + \cos x), \ 0 \leq x \leq \pi$$

13. Find $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$.

ज्ञात कीजिए : $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$

14. Prove that

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x \ \forall \ x > 0$$

सिद्ध कीजिए कि

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x \ \forall \ x > 0$$

P.T.O.

15. Prove that

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \text{- - -} \quad \forall \ x \in \mathbb{R}$$

सिद्ध कीजिए कि

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \text{- - -} \quad \forall \ x \in \mathbb{R}$$

16. Find $\text{div}\,\vec{F}$ and $\text{curl}\,\vec{F}$ where

$$\vec{F} = \text{grad}\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$$

$\text{div}\,\vec{F}$ और $\text{curl}\,\vec{F}$ को ज्ञात कीजिए जंहा

$$\vec{F} = \text{grad}\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$$

17. Find the equation of the circle which cuts the circle

$$x^2 + y^2 + 5x + 7y - 4 = 0$$

orthogonally, has its centre on the line $x = 2$ and passes through the point $(4, -1)$.

वृत्त की समीकरण ज्ञात कीजिए जो निम्न वृत्त

$$x^2 + y^2 + 5x + 7y - 4 = 0$$

को लंबकोणीय रूप में काटता है, उसका केंद्र लाइन $x = 2$ पर है और यह बिंदु $(4, -1)$ से होकर गुज़रता है।

18. Find the equation of the cone whose vertex is the point $(1, 1, 0)$ and whose guiding curve is

$$x^2 + z^2 = 4; \quad y = 0.$$

शंकु की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष बिंदु $(1, 1, 0)$ है और जिसका निर्देशी वक्र $x^2 + z^2 = 4; \quad y = 0$.