

*This question paper contains 10 printed pages.*

8103

Your Roll No. ....

**B.El.Ed.**

**AS**

Paper : O-3.3

**MATHEMATICS – II**

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

*(Write your Roll No. on the top immediately  
on receipt of this question paper.)*

NOTE:— *Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.*

टिप्पणी:— इस प्रश्नपत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

*Attempt ten questions in all, selecting at least two questions from each Section.*

प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम दो प्रश्न चुनते हुये,  
कुल दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**SECTION A**

1. (a) Define a group. Give an example of:
- (i) a finite group
  - (ii) a non-abelian group.

**P. T. O.**

समूह की परिभाषा दीजिए। निम्नलिखित के उदाहरण दीजिए :

(i) परिमित समूह

(ii) अन्-आबेली समूह।

1/2+1+1

(b) Let H be a non-empty subset of a group G satisfying the condition :

$$a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$$

Prove that H is a subgroup of G.

मान लीजिए कि H समूह G का एक अरिक्त उपसमुच्चय है जो इस शर्त को संतुष्ट करता है:

$$a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$$

सिद्ध कीजिये कि H, G का उपसमूह है।

3/2

2. (a) Prove that every field is an integral domain. Give an example to show that the converse is not true.

सिद्ध कीजिए कि हर क्षेत्र एक पूर्णांकिय प्रांत है। उदाहरण देकर प्रदर्शित कीजिए कि इसका विलोम सत्य नहीं है।

2/2+1

(b) Prove that the intersection of 2 ideals of a Ring is also an ideal.

सिद्ध कीजिए कि एक वलय के दो आदर्शों का प्रतिच्छेद भी आदर्श है।

3/2

3. (a) Is  $\{(1, 1, 1), (1, 2, 3)\}$  a linearly independent subset of  $\mathbb{R}^3$ ? Justify.

क्या  $\{(1, 1, 1), (1, 2, 3)\}$  रैखिक रूप में  $\mathbb{R}^3$  का स्वतंत्र उपसमुच्चय है? औचित्य बताइये। 3/2

- (b) Verify that the mapping  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  defined as  $T(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  is a linear transformation.

सत्यापित कीजिए कि  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  का प्रतिचित्रण, जिसे  $T(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  के रूप में स्पष्ट किया जाता है, एक रैखिक रूपांतरण है। 3/2

#### SECTION B (खण्ड ब)

4. Evaluate:

(a)  $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$

(b)  $\int \frac{dx}{2+\cos x}$

मूल्यांकन कीजिए :

(a)  $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$  3/2

(b)  $\int \frac{dx}{2+\cos x}$  3/2

5. Obtain reduction formulae for:

$$(a) \int x^m (\log x)^n dx$$

$$(b) \int \sec^n x dx$$

इसके लिये समानमन सूत्र प्राप्त कीजिए :

$$(a) \int x^m (\log x)^n dx \quad 3_{1/2}$$

$$(b) \int \sec^n x dx. \quad 3_{1/2}$$

6. Evaluate:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right]$$

(b) Find the area enclosed between the curve  $y^2(2a-x) = x^3$  and its asymptote.

मूल्यांकन कीजिए:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right] \quad 3_{1/2}$$

(b) वक्र  $y^2(2a-x) = x^3$  के बीच परिवद्ध क्षेत्र और उसके अनंतस्पर्शी को ज्ञात कीजिए।  $3_{1/2}$

## SECTION C (खण्ड ग)

7. Solve the following:

$$(a) \frac{dy}{dx} = \frac{x-2y+5}{2x+y-1}$$

$$(b) \cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x.$$

निम्नलिखित को हल कीजिए:

$$(a) \frac{dy}{dx} = \frac{x-2y+5}{2x+y-1}$$

3 1/2

$$(b) \cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x.$$

3 1/2

8. Solve the following:

$$(a) p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

$$(b) y + px = p^2 x^4 \text{ where } p = \frac{dy}{dx}$$

निम्नलिखित को हल कीजिए:

$$(a) p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

3 1/2

$$(b) y + px = p^2 x^4 \text{ जहाँ } p = \frac{dy}{dx}$$

3 1/2

9. Solve the following:

$$(a) \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$$

$$(b) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 5y = 2x^6.$$

निम्नलिखित को हल कीजिए:

$$(a) \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$$

3 1/2

$$(b) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 5y = 2x^6.$$

3 1/2

#### SECTION D (खण्ड घ)

10. (a) Prove that the mean absolute deviation about the mean cannot exceed the standard deviation.

सिद्ध कीजिए कि माध्य पर माध्य निरपेक्ष विचलन मानक विचलन से अधिक नहीं हो सकता।

3 1/2

(b) If the mean is 12, variance is 9, and skewness is 1, find the first three moments about the origin.

यदि माध्य 12, प्रसरण 9 और वैषम्य 1 है तो उद्गम पर प्रथम तीन आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

3 1/2

11. (a) If X and Y are independent random variables

such that  $\text{var } X=4$  and  $\text{var } Y=9$ , find the correlation between  $X+Y$  and  $X-Y$ .

यदि  $X$  और  $Y$  स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं जिनसे कि  $\text{var } X=4$  और  $\text{var } Y=9$ , तो  $X+Y$  और  $X-Y$  में सहसंबंध ज्ञात कीजिए। 31/2

- (b) If the regression lines are  $2x+y=5$  and  $3x+2y=8$ , find the mean values and the correlation coefficient.

यदि समाश्रयण रेखाएँ  $2x+y=5$  और  $3x+2y=8$  हैं तो माध्य मान और सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। 11/2+2

12. (a) A certain stimulus given to 10 patients resulted in the following increase of blood pressure:

5, 2, 8, -1, 3, 0, 6, -2, 1, 5

Can we conclude that the stimulus is effective in increasing blood pressure?

10 रोगियों को दिए गए खास उद्दीपन के परिणामस्वरूप रुधिर दाब में निम्नलिखित बढ़ोत्तरी हुई:

5, 2, 8, -1, 3, 0, 6, -2, 1, 5

क्या इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि उद्दीपन रुधिर दाब को बढ़ाने में प्रभावी रहा है? 31/2

- (b) Test whether accidents in Delhi are uniformly distributed over the week days on the basis of the following survey of one week:

	Mon	Tue	Wed	Thurs	Fri
Number of accidents:	12	8	7	9	14

जाँच कीजिए कि दिल्ली में होने वाली दुर्घटनाएँ निम्नलिखित के आधार पर सप्ताह के दिनों में एकसमान रूप में वितरित हैं:

	सोम	मंगल	बुध	बृहस्पति	शुक्र
दुर्घटनाओं की संख्या:	12	8	7	9	14
					31/2

### SECTION E (खण्ड ड)

13. (a) If  $P(A)=0.5$ ,  $P(B)=0.7$ , and  $P(A \cap B)=0.2$ , find the probability that neither A nor B occur.

यदि  $P(A)=0.5$ ,  $P(B)=0.7$ , और  $P(A \cap B)=0.2$ , तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि न तो A और न ही B होता है।

- (b) A factory has 2 machines A and B producing 2000 and 3000 bolts per day respectively. Machine A produces 1% defective and B produces 2% defective bolts. If a randomly chosen bolt is found to be defective, find the probability that it was produced by machine A.

एक फैक्टरी में A और B दो मशीनें हैं जो प्रतिदिन क्रमशः 2000 और 3000 बोल्ट तैयार करती हैं। A मशीन 10% दोषपूर्ण बोल्ट और B मशीन 2% दोषपूर्ण बोल्ट



तैयार करती है। यदि यादृच्छिक रूप में चुना गया बोल्ट दोषपूर्ण पाया जाए तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह A मशीन द्वारा तैयार किया गया था। 3/2

14. (a) For a binomial distribution, the mean is 4 and the variance is  $4/3$ . Find  $P(X \geq 2)$ .

द्विपद बंटन के लिए माध्य 4 है और प्रसरण  $4/3$  है।  $P(X \geq 2)$  को ज्ञात कीजिए। 3/2

- (b) If one in thousand people have cancer, find the probability that out of 500 randomly chosen people, at least two have cancer. (Given  $e^{-1/2} = 0.61$ )

यदि हजार में से एक आदमी को कैंसर है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 500 यादृच्छिक रूप से चुने गए लोगों में से कम से कम दो को कैंसर है। (दिया गया है  $e^{-1/2} = 0.61$ ).

3/2

15. (a) Find the value of the constant  $k$  and the mean of the continuous random variable with density function

$$f(x) = k(x - x^2) \quad 0 \leq x \leq 1.$$

स्थिरांक  $k$  और घनत्व फलन  $f(x) = k(x - x^2)$ ,  $0 \leq x \leq 1$  के साथ संतत यादृच्छिक चर के माध्य का मान ज्ञात कीजिए।

1/2+2

P. T. O.

- (b) If for a normal distribution with mean 50, 10% of the observations are above 70, find the standard deviation.

यदि प्रसामान्य बंटन के लिए, जिसका माध्य 50 है, 10% प्रेक्ष्य 70 से ऊपर हैं तो मानक विचलन ज्ञात कीजिए।  $3\frac{1}{2}$