

[This question paper contains 12 printed pages.]

9827

Your Roll No.....

B.EL.Ed.

B

Paper – O 3.3

MATHEMATICS – II

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

(Write your Roll No. on the top immediately
on receipt of this question paper.)

Note :- Answers may be written either in English or in
Hindi; but the same medium should be used
throughout the paper.

टिप्पणी :- इस प्रश्नपत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए;
लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt ten questions in all, selecting
two questions from each Section.

प्रत्येक खण्ड से दो प्रश्न चुनते हुए,
कुल दस प्रश्न कीजिए।

SECTION – A (खण्ड क)

1. (a) Define an operation $*$ on \mathbb{Z} as :

$$a*b = a + b + 2 \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

Verify that $(\mathbb{Z}, *)$ is an Abelian group. (3½)

P.T.O.

(b) Prove that if G is an Abelian group, then

$\forall a, b \in G$ and for all integers n ,

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (3\frac{1}{2})$$

(क) \mathbb{Z} पर $*$ की संक्रिया को परिभाषित कीजिए जैसे

$$a * b = a + b + 2 \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

सत्यापित कीजिए कि $(\mathbb{Z}, *)$ एक ऐबीलियन समूह है।

(ख) सिद्ध कीजिए कि यदि G एक ऐबीलियन समूह है तो $\forall a, b \in G$
और n के सभी पूर्णाकों के लिए

$$(ab)^n = a^n b^n$$

2. (a) Prove that every field is an integral domain.
Give an example to show that the converse is not true. (2½+1)

(b) Define a subring of a ring. Let Y be the set of all 2×2 matrices of the type

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$$

where a, b, c are integers.

Prove that Y is a subring of the ring of all 2×2 matrices over \mathbb{Z} . (3½)

(क) सिद्ध कीजिए कि हर क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रांत है। एक उदाहरण देकर प्रदर्शित कीजिए कि इसका विलोम सत्य नहीं है।

(ख) एक वलय की उपवलय की परिभाषा दीजिए।

मान लीजिए कि $Y \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$ किस्म के सभी 2×2 मैट्रिक्सों का समुच्चय है जिसमें a, b, c पूर्णांक हैं।

सिद्ध कीजिए कि \mathbb{Z} पर Y , सभी 2×2 मैट्रिक्सों की वलय की उपवलय है।

3. (a) Prove that the intersection of two subspaces is a vector space. What can you say about the union of two subspaces. Justify your answer. (4)

(b) Define $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ as

$$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 2x_1) \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

Verify that T is a linear transformation. (3)

(क) सिद्ध कीजिए कि दो उपसमष्टियों का प्रतिच्छेद एक सदिश समष्टि है। दो उपसमष्टियों के सम्मिलन के बारे में आप क्या कह सकते हैं? अपने उत्तर का औचित्य बताइए।

(ख) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ को इस रूप में परिभाषित कीजिए:

$$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 2x_1) \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

सत्यापित कीजिए कि T एक रैखिक रूपांतरण है।

SECTION - B (खण्ड ख)

4. Evaluate the following :

$$(i) \int \frac{x^5}{1+x^{12}} dx \quad (2)$$

$$(ii) \int_0^1 x \tan^{-1} x^2 dx \quad (3)$$

$$(iii) \int e^x (\cot x + \log \sin x) dx \quad (2)$$

निम्नलिखित का मूल्यांकन कीजिए :

$$(i) \int \frac{x^5}{1+x^{12}} dx$$

$$(ii) \int_0^1 x \tan^{-1} x^2 dx$$

$$(iii) \int e^x (\cot x + \log \sin x) dx$$

5. (a) Evaluate

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx \quad (3\frac{1}{2})$$

(b) If $U_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$ ($n > 1$), prove that

$$U_n + n(n-1)U_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} \quad (3\frac{1}{2})$$

(क) मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

(ख) यदि $U_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$ ($n > 1$) सिद्ध कीजिए कि

$$U_n + n(n-1)U_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$$

6. (a) Find the area between the curve

$$y^2(2a - x) = x^3$$

and its asymptote.

(3½)

(b) Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{1}{2n} \right] = \frac{\pi}{4} \quad (3\frac{1}{2})$$

(क) वक्र $y^2(2a - x) = x^3$ के बीच के क्षेत्र और इसके अनंतरस्पर्शी को ज्ञात कीजिए।

(ख) प्रदर्शित कीजिए कि

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{1}{2n} \right] = \frac{\pi}{4}$$

SECTION - C (खण्ड ग)

7. Solve :

$$(a) \frac{dy}{dx} = c^{x+y} + x^2 e^y \quad (3\frac{1}{2})$$

P.T.O.

$$(b) \frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 1}{2x + y + 1} \quad (3\frac{1}{2})$$

हल कीजिए :

$$(क) \frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 e^y$$

$$(ख) \frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 1}{2x + y + 1}$$

8. Solve :

$$(a) \frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{2x} \sin 3x \quad (3\frac{1}{2})$$

$$(b) \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 2x + x^2 \quad (3\frac{1}{2})$$

हल कीजिए :

$$(क) \frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{2x} \sin 3x$$

$$(ख) \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 2x + x^2$$

9. (a) Solve

$$y + px = p^2 x^4, \text{ where } \frac{dy}{dx} = p \quad (3\frac{1}{2})$$

- (b) If the population of a country doubles in 50 years, in how many years will it treble under the assumption that the rate of increase is proportional to the number of inhabitants ? (3½)

(क) हल कीजिए :

$$y + px = p^2 x^4, \text{ जिसमें } \frac{dy}{dx} = p$$

- (ख) यदि एक देश की जनसंख्या 50 साल में दुगुनी हो जाती है तो कितने वर्ष में यह तिगुनी हो जाएगी। इस कल्पना के तहत कि वृद्धि की दर में रहने वालों की संख्या के समानुपातिक वृद्धि होती है।

SECTION - D (खण्ड घ)

10. (a) A student obtained the mean and standard deviation of 100 observations as 40 and 5.1 respectively. It was later discovered that he had wrongly copied down an observation as 50 instead of 40. Calculate the correct mean and standard deviation. (3½)

- (b) Calculate the value of the mean, median and mode from the following data :

Monthly Rent	Number of families
200 - 400	6
400 - 600	9

600 – 800	11	
800 – 1000	14	
1000 – 1200	20	
1200 – 1400	15	
1400 – 1600	10	
1600 – 1800	8	
1800 – 2000	7	(3½)

(क) एक छात्र ने 100 प्रेक्षणों के माध्य और मानक विचलन क्रमशः 40 और 5.1 के रूप में प्राप्त किए। बाद में यह पता चला कि उसने एक प्रेक्षण को गलती से कॉपी करते समय 40 की जगह 50 लिख लिया। सही माध्य और मानक विचलन का परिकलन कीजिए।

(ख) माध्य, माध्यिका और मोड के मान का परिकलन निम्नलिखित आँकड़ों से कीजिए :

<u>मासिक किराया</u>	<u>परिवारों की संख्या</u>
200 – 400	6
400 – 600	9
600 – 800	11
800 – 1000	14
1000 – 1200	20
1200 – 1400	15
1400 – 1600	10
1600 – 1800	8
1800 – 2000	7

11. (a) Find the coefficient of correlation following data :

X :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Y :	9	8	10	12	11	13	14	16	15	(3½)

(b) In a given distribution, the mean is 10, variance is 16, γ_1 is 1 and $\beta_2 = 4$. Find the first three moments about the origin. (3½)

(क) निम्नलिखित आँकड़ों से सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

X :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y :	9	8	10	12	11	13	14	16	15

(ख) दिए गए वितरण में माध्य 10 है, प्रसरण 16 है, γ_1 1 है और $\beta_2 = 4$ उद्गम पर प्रथम तीन आघूर्णों को ज्ञात कीजिए।

12. (a) A random sample of 10 boys had the following I.Q.'s

70, 120, 110, 101, 88, 83, 97, 98, 107, 100.

Do these data support the assumption of a population mean I.Q. of 100? (3½)

(b) The following table shows the result of inoculation against cholera :

	Not attacked	Attacked
Inoculated	431	5
Not inoculated	291	9

Examine the effect of inoculation in controlling susceptibility to cholera. (3½)

(क) 10 लड़कों के यादृच्छिक सैम्पल में निम्नलिखित I.Q. पाए गए :

70, 120, 110, 101, 88, 83, 97, 98, 107, 100.

क्या ये आँकड़े जनसंख्या माध्य I.Q. 100 की इस कल्पना को समर्थन देते हैं ?

(ख) निम्नलिखित तालिका हैजे के विरुद्ध टीके के परिणाम प्रदर्शित करती है :

	आक्रमण नहीं हुआ	आक्रमण हुआ है
टीका लगाया गया	431	5
टीका नहीं लगाया गया	291	9

हैजे की सुग्रहिता को नियंत्रित करने में टीके के प्रभाव की जाँच कीजिए ।

SECTION – E (खण्ड ड)

13. (a) A and B throw alternately a pair of unbiased dice. A begins. A wins if he throws 7 before B throws 6. What is the probability of A winning the game ? $(3\frac{1}{2})$

(b) Three urns are given each containing red and white chips as indicated.

Urn 1 : 6 red and 4 white

Urn 2 : 2 red and 6 white

Urn 3 : 1 red and 8 white

An urn is chosen at random and a ball is drawn.

The ball is red. Find the probability that the urn

chosen was urn 1.

$(3\frac{1}{2})$

(क) A और B एकांतर रूप में एक जोड़ी अनभिन्नत पासे फेंकते हैं। A शुरू करता है। A यदि B के 6 फेंकने से पहले 7 फेंक देता है तो वह जीत जाता है। इसकी प्रायिकता क्या है कि A खेल जीतेगा ?

(ख) तीन घड़े दिए गए हैं, प्रत्येक में लाल और सफेद चिप इस प्रकार भरे हैं :

घड़ा 1 : 6 लाल और 4 सफेद

घड़ा 2 : 2 लाल और 6 सफेद

घड़ा 3 : 1 लाल और 8 सफेद

एक घड़े को यादृच्छिक रूप में चुना गया और उसमें से एक चिप निकाली गई। यह चिप लाल है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह चुना गया घड़ा सं. 1 था।

14. (a) Assuming that half the population are consumers of rice so that the chance of an individual being a consumer is $\frac{1}{2}$ and assuming that 100 investigators each take 10 individuals to see whether they are consumers, how many investigators would you expect to report that three people or less were consumers? $(3\frac{1}{2})$

(b) Find mean and variance of Poisson Distribution. $(3\frac{1}{2})$

(क) कल्पना कीजिए कि जनसंख्या के आधे उपभोक्ता चावल खाते हैं इससे व्यक्ति के उपभोक्ता होने का अवसर $\frac{1}{2}$ है और यह कल्पना कीजिए कि 100 अन्वेषकों में से प्रत्येक 10 व्यक्तियों को लेकर यह देखता है कि वे उपभोक्ता हैं। आप कितने अन्वेषकों के द्वारा यह रिपोर्ट भेजने की अपेक्षा करते हैं कि तीन या इससे कम व्यक्ति उपभोक्ता थे ?

(ख) पवासों वितरण का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।

15. (a) For a continuous distribution whose probability density function is given by

$$f(x) = \frac{3}{4}x(2-x), \quad 0 \leq x \leq 2,$$

find mean and variance of this distribution.

(3½)

- (b) In a distribution exactly normal, 7% of the items are under 35 and 89% are under 63. What are the mean and standard deviation of the distribution.

(3½)

(क) संतत वितरण के लिए किसका प्रायिकता घनत्व फलन इससे ज्ञात होता है :

$$f(x) = \frac{3}{4}x(2-x), \quad 0 \leq x \leq 2$$

इस वितरण का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।

(ख) यथार्थतः सामान्य वितरण में 7% आइटमें 35 से नीचे और 89% 63 से नीचे हैं। वितरण का माध्य और मानक विचलन क्या है ?