[This question paper contains 6 printed pages.]

9813 *Your Roll No.* ....

B.El.Ed. **B**

Paper – O 2.3 : MATHEMATICS – I

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 70*

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :– Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :– इस प्रश्नपत्र का उत्तर अंग्रेज़ी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt any **fourteen** *questions. Each question carries* **5** *marks.*

किन्हीं चौदह प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न पाँच अंक का है।

1. Solve the equation $Z^6 + 2Z^3 + 1 = 0$ using De Moivre's theorem.

   डी मोइव्रीस प्रमेय का प्रयोग करके नीचे दी गई समीकरण को हल कीजिए :

$$Z^6 + 2Z^3 + 1 = 0$$

P.T.O.

2. Solve the equation

$$8x^3 + 14x^2 - 7x - 1 = 0$$

given that the roots are in G.P.

निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$8x^3 + 14x^2 - 7x - 1 = 0$$

दिया गया है कि मूल G.P. में हैं।

3. Find the characteristic equation of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

and hence compute its cube.

निम्नलिखित मैट्रिक्स की विशिष्ट समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

और इससे इसके घन को कम्प्यूट कीजिए।

4. Solve the following system of equations

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल कीजिए :

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

5. Prove that the union of arbitrary family of open sets is open. Is the intersection of arbitrary family of open sets is open ? Justify your answer.

सिद्ध कीजिए कि खुले समुच्चयों के स्वेच्छ परिवार का सम्मिलन खुला होता है। क्या खुले समुच्चयों के स्वेच्छ परिवार का प्रतिच्छेद खुला होता है ? अपने उत्तर का औचित्य बताइए।

6. Prove that a convergent sequence is bounded. Is the converse true ?

सिद्ध कीजिए कि अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है। क्या इसका उलटा सत्य है ?

7. Test for convergence

$$\frac{1}{1\cdot3\cdot5} + \frac{1}{2\cdot4\cdot6} + \frac{1}{3\cdot5\cdot7} + \frac{1}{4\cdot6\cdot8} + \text{-----}$$

निम्नलिखित अभिसरण के लिए परीक्षण कीजिए :

$$\frac{1}{1\cdot3\cdot5} + \frac{1}{2\cdot4\cdot6} + \frac{1}{3\cdot5\cdot7} + \frac{1}{4\cdot6\cdot8} + \text{-----}$$

8. If $y = e^{\tan^{-1}x}$, then show that

$$(1+x^2)y_{n+2} + \{2(n+1)x - 1\}y_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$$

यदि $y = e^{\tan^{-1}x}$ तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$(1+x^2)y_{n+2} + \{2(n+1)x - 1\}y_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$$

9. If $z = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ then show that

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan z.$$

यदि $z = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan z.$$

10. At which points the function $f(x) = |x| + |x-3|$ is not differentiable? Justify your answer.

किस बिंदु पर फलन $f(x) = |x| + |x-3|$ विभेदशील नहीं होता। अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए।

11. Find $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$.

ज्ञात कीजिए : $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$

12. Show that

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x \quad \text{if} \quad x > 0$$

यदि $x > 0$ तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x$$

13. Find the maxima and minima of the function f defined by

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$$

for all $x \in [0, \pi]$

समस्त $x \in [0, \pi]$ के लिए $f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$ द्वारा परिभाषित f फलन के अधिकतम और न्यूनतम को ज्ञात कीजिए।

14. Trace the curve

$$y = (x - 2)(x + 1)^2$$

वक्र $y = (x - 2)(x + 1)^2$ का अनुरेखण कीजिए।

15. Show that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 0 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

is continuous only at $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{यदि } x \text{ अपरिमेय है} \\ 0 & \text{यदि } x \text{ परिमेय है} \end{cases}$$ द्वारा परिभाषित f फलन केवल $x = 0$ पर संतत है।

16. If $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ and $\phi = 3x^2 - yz$.

Find $\vec{A} \cdot \nabla\phi$ at the point $(1, -1, 1)$.

यदि $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ और $\phi = 3x^2 - yz$ तो $(1, -1, 1)$ बिंदु पर $\vec{A} \cdot \nabla\phi$ ज्ञात कीजिए।

17. Prove that the radical axis of two circles is perpendicular to the line joining their centres.

सिद्ध कीजिए कि दो वृत्तों का मुलाक्ष, उनके केंद्रों को मिलाने वाली रेखा पर लंब है।

18. Find the centre and radius of the section of sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

cut by the plane $x - y + z = 3$.

$x - y + z = 3$ समतल द्वारा काटे गए गोलक $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ के खंड के केंद्र और त्रिज्या को ज्ञात कीजिए।