

This question paper contains 8 printed pages]

Your Roll No.....

2370

B.Ed.Ed.

D

Paper : O-2.3

MATHEMATICS-I

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi;  
but the same medium should be used throughout the  
paper.

टिप्पणी :—इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक  
भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही  
होना चाहिए।

Attempt any fourteen questions.

Each question carries 5 marks.

किन्हीं चौदह प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न पाँच अंक का है।

Prove that :

$$\tan 5\theta = \frac{5 \tan \theta - 10 \tan^3 \theta + \tan^5 \theta}{1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan 5\theta = \frac{5 \tan \theta - 10 \tan^3 \theta + \tan^5 \theta}{1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta}$$

2. If  $\alpha, \beta, \gamma$  be the roots of the equation :

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0,$$

find the values of :

$$(a) \quad \sum \alpha^2 \beta^2$$

$$(b) \quad \sum \alpha^2 \beta.$$

यदि  $\alpha, \beta, \gamma$  समीकरण  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  के मूल हैं

तो निम्नलिखित का मूल ज्ञात कीजिए :

$$(a) \quad \sum \alpha^2 \beta^2$$

$$(b) \quad \sum \alpha^2 \beta.$$

3. Find the rank of the matrix :

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

निम्नलिखित मैट्रिक्स का रैंक ज्ञात कीजिए

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Solve the system of equations :

$$x - 3y + z = 1$$

$$2x + y - 4z = -1$$

$$6x - 7y + 8z = 7$$

रैखिक समीकरणों के निम्नलिखित निकाय को हल कीजिए :

$$x - 3y + z = 1$$

$$2x + y - 4z = -1$$

$$6x - 7y + 8z = 7$$

5. Prove that the union of an arbitrary family of open sets is open.

सिद्ध कीजिए कि मुक्त समुच्चयों के स्वेच्छाचारी कुटुंब का जोड़ भी मुक्त होगा।

6. Show that the sequence  $\{S_n\}$  defined by :

$$S_n = r^n \text{ converges to } 0 \text{ when } |r| < 1.$$

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम  $\{S_n\}$ ,  $S_n = r^n$  अंक 0 पर अभिसरण करती है यदि  $|r| < 1$ .

7. Test for convergence the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

अभिसरण के लिए परीक्षण कीजिए :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

8. Examine the continuity of the function defined by

$$f(x) = \begin{cases} -x^3, & x \leq 0 \\ 5x - 4, & 0 < x \leq 1 \\ 4x^3 - 3x, & x > 1 \end{cases}$$

at  $x = 0$  and  $x = 1$ .

$x = 0$  व  $x = 1$  पर, फलन  $f$  का संततता के लिए परीक्षण कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} -x^3, & x \leq 0 \\ 5x - 4, & 0 < x \leq 1 \\ 4x^3 - 3x, & x > 1 \end{cases}$$

9. Show that the function  $f$  defined as

$$f(x) = |x - 2| + |x + 2|, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

is not differentiable at the points  $x = -2$  and  $x = 2$ .

सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = |x - 2| + |x + 2|, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

बिन्दुओं  $x = -2$  व  $x = 2$  पर विभेदशील नहीं होता।

10. Find

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2} \right).$$

खोजिये :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2} \right).$$

11. If  $y = e^m \cos^{-1} x$ , then show that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0.$$

यदि  $y = e^m \cos^{-1} x$ , को प्रदर्शित कीजिए कि :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0.$$

12. If  $z = \sin^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ , then prove that :

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2 \tan z.$$

$$\text{यदि } z = \sin^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$$

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2 \tan z.$$

13. Prove that :

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1}(x) < x, \quad x > 0.$$

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1}(x) < x, \quad x > 0.$$

14. Find the minimum and maximum values of the function

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

निम्नलिखित फलन के अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

15. Trace the curve :

$$y^2(a^2 - x^2) = x^4.$$

वक्र का अनुरेखन कीजिए :

$$y^2(a^2 - x^2) = x^4.$$

16. Prove that two circles which pass through  $(0, a)$  and

$(0, -a)$  and touch the line  $y = mx + c$  will cut orthogonally

if  $c^2 = a^2(2 + m^2)$ .

सिद्ध कीजिए कि  $(0, a)$  व  $(0, -a)$  से गुजरने वाले और रेखा  $y = mx + c$  को स्पर्श करने वाले दो वृत्त लंबकोणीय रूप में काटेंगे यदि  $c^2 = a^2(2 + m^2)$ .

17. A plane passes through a fixed point  $(3, -2, 5)$ . Show that the locus of the foot of the perpendicular to it from the origin is the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 2y - 5z = 0$ .

एक समतल, नियत बिन्दु  $(3, -2, 5)$  के बीच से गुजरता है। सिद्ध कीजिए कि उद्गम से इसके शीर्षलम्ब के पाद पर रेखापथ (लोकस) निम्न गोला है :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 2y - 5z = 0.$$

18. If  $\vec{A} = 3xy^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$  and  $\phi = 3x^2 - yz$ , find  $\vec{A} = \nabla\phi$  at point  $(-1, 1, -2)$ .

यदि  $\vec{A} = 3xy^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ ,  $\phi = 3x^2 - yz$  हो तो  $A = \nabla\phi$  को बिन्दु  $(-1, 1, -2)$  पर ज्ञात कीजिए।